

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 AOUT 1844.

PRÉSIDENTE DE M. ÉLIE DE BEAUMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. ÉLIE DE BEAUMONT, faisant les fonctions de Président, annonce la perte douloureuse que vient de faire l'Académie dans la personne de M. D'ARCET, membre de la Section de Chimie, décédé le 2 août 1844.

M. ARAGO annonce une autre perte que vient de faire tout récemment l'Académie, dans la personne d'un de ses associés étrangers, M. DALTON, décédé à Manchester, le 27 juillet 1844.

ASTRONOMIE. — *Mémoire sur l'application de la méthode logarithmique à la détermination des inégalités périodiques que présentent les mouvements des corps célestes; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

« Dans l'une des dernières séances, j'ai proposé, pour le développement des fonctions en séries, une méthode nouvelle qui se fonde sur la considération des logarithmes, et que j'ai nommée pour cette raison la *méthode logarithmique*. Comme l'emploi de cette méthode offre surtout de grands avantages dans le calcul des perturbations que présentent les mouvements des planètes ou même les mouvements des comètes, j'ai cru qu'il serait

utile de montrer comment elle s'applique à ce calcul. Cette application, qui peut intéresser à la fois les géomètres et les astronomes, a été seulement indiquée dans une précédente Note. Elle sera l'objet du présent Mémoire.

» Les amis des sciences verront, je l'espère, avec satisfaction, la nouvelle méthode s'appliquer aussi facilement à la théorie du mouvement des comètes qu'à la théorie des mouvements planétaires.

§ 1^{er}. — *Considérations générales.*

» Comme je l'ai rappelé dans le Mémoire du 22 juillet, le calcul des inégalités périodiques, produites dans le mouvement d'une planète m par l'action d'une autre planète m' , suppose que l'on a développé la fonction perturbatrice, et spécialement la partie de cette fonction qui est réciproquement proportionnelle à la distance r des deux planètes, en une série ordonnée suivant les puissances entières des exponentielles trigonométriques dont les arguments sont l'anomalie moyenne T de la planète m , et l'anomalie moyenne T' de la planète m' . Le problème qu'il s'agit alors de résoudre consiste donc à développer $\frac{1}{r}$ suivant les puissances entières, positives, nulles et négatives des deux exponentielles

$$e^{T\sqrt{-1}}, \quad e^{T'\sqrt{-1}}.$$

Soient effectivement A_n , le coefficient de

$$e^{n'T'\sqrt{-1}}$$

dans le développement de $\frac{1}{r}$, et $A_{n,n'}$ le coefficient de

$$e^{nT\sqrt{-1}}$$

dans le développement de $A_{n'}$. On aura non-seulement

$$(1) \quad \frac{1}{r} = \sum A_{n'} e^{n'T'\sqrt{-1}},$$

la somme qu'indique le signe \sum s'étendant à toutes les valeurs entières, positives, nulles ou négatives de n' , mais encore

$$(2) \quad \frac{1}{r} = \sum A_{n,n'} e^{(nT+n'T')\sqrt{-1}},$$

la somme qu'indique le signe \sum s'étendant à toutes les valeurs entières de n, n' ; et, pour obtenir l'inégalité périodique correspondante à un argument donné, par exemple à l'argument

$$n'T' - nT,$$

n, n' étant deux nombres entiers donnés, il faudra rechercher les valeurs correspondantes des coefficients

$$A_{n, -n'}, \quad A_{-n, n'}$$

des exponentielles

$$e^{(nT - n'T')\sqrt{-1}}, \quad e^{(n'T' - nT)\sqrt{-1}}.$$

Soient d'ailleurs ψ, ψ' les anomalies excentriques des planètes m, m' , et nommons $A_{n'}$ le coefficient de l'exponentielle

$$e^{n'\psi'\sqrt{-1}}$$

dans le développement de $\frac{1}{\psi}$ suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi'\sqrt{-1}}.$$

Une formule que j'ai rappelée dans le Mémoire sur la méthode logarithmique [voir la formule (5) de la page 63], et qui continue évidemment de subsister quand on passe de la planète m à la planète m' , ramènera la recherche du coefficient $A_{n'}$ à la recherche du coefficient A_n . Il reste à montrer comment on peut déterminer la valeur du coefficient $A_{n'}$ et développer cette valeur suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{T\sqrt{-1}}.$$

Cette détermination et ce développement seront l'objet des deux paragraphes suivants. Dans le dernier paragraphe, je ferai voir qu'en vertu d'une légère modification apportée à la marche du calcul, les formules obtenues deviennent applicables à la théorie du mouvement des comètes aussi bien qu'à la théorie des mouvements planétaires.

§ II. — Développement du rapport de l'unité à la distance r de deux planètes m et m' , en une série ordonnée suivant les puissances entières de l'exponentielle trigonométrique dont l'argument est l'anomalie excentrique de la planète m' .

» Soient toujours ψ, ψ' les anomalies excentriques des planètes m, m' ; et r leur distance mutuelle. La valeur générale de r^2 sera de la forme

$$(1) \quad \begin{cases} r^2 = h + k \cos(\psi - \psi' - \alpha) - b \cos(\psi - \epsilon) - b' \cos(\psi' - \epsilon') \\ \quad + c \cos(\psi + \psi' - \gamma) + i \cos 2\psi + i' \cos 2\psi', \end{cases}$$

h, k, b, b', c, i, i' désignant des constantes positives, et $\alpha, \epsilon, \epsilon', \gamma$ des angles constants. Donc, en posant, pour abréger,

$$(2) \quad \begin{cases} \rho = h + k \cos(\psi - \psi' - \alpha) - b \cos(\psi - \epsilon) - b' \cos(\psi' - \epsilon') + c \cos(\psi + \psi' - \gamma), \\ \varsigma = i \cos 2\psi + i' \cos 2\psi', \end{cases}$$

on aura

$$(3) \quad r^2 = \rho + \varsigma.$$

On en conclura

$$(4) \quad \frac{1}{r} = \rho^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \rho^{-\frac{3}{2}} \varsigma + \frac{1.3}{2.4} \rho^{-\frac{5}{2}} \varsigma^2 + \dots;$$

et, comme ς sera généralement très-petit par rapport à ρ , on pourra réduire la série comprise dans le second membre de la formule (4) à un petit nombre de termes. D'ailleurs, les développements de $\varsigma, \varsigma^2, \dots$, suivant les puissances entières de $e^{\psi' \sqrt{-1}}$, se déduiront très-aisément de la formule

$$\varsigma = i \cos 2\psi + i' \cos 2\psi'.$$

Donc, la recherche du développement de $\frac{1}{r}$ suivant les mêmes puissances, et en particulier la recherche du coefficient $A_{n'}$ correspondant à la puissance du degré n' , c'est-à-dire à l'exponentielle

$$e^{n' \psi' \sqrt{-1}},$$

se trouvera réduite à la recherche des développements de $\rho^{-\frac{1}{2}}, \rho^{-\frac{3}{2}}, \dots$. Or,

l étant un nombre entier peu considérable, on développera aisément

$$\rho^{-l-\frac{1}{2}}$$

suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi' \sqrt{-1}},$$

à l'aide des formules que nous avons déjà rappelées, et en opérant comme il suit.

» La valeur de ρ , déterminée par la première des équations (2), peut être réduite à la forme

$$(5) \quad \rho = H + K \cos(\psi' - \omega),$$

H, K, ω désignant trois quantités indépendantes de l'angle ψ ; et, pour effectuer cette réduction, il suffit de poser

$$(6) \quad H = h - b \cos(\psi - \xi),$$

$$(7) \quad K = k \nu^{\frac{1}{2}} w^{\frac{1}{2}}, \quad e^{\omega \sqrt{-1}} = \left(\frac{w}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} e^{(\psi - \alpha) \sqrt{-1}},$$

les valeurs de ν, w étant fournies par les équations

$$(8) \quad \begin{cases} \nu = 1 - \frac{b'}{k} e^{(\psi - \alpha - \xi') \sqrt{-1}} + \frac{c}{k} e^{(2\psi - \alpha - \gamma) \sqrt{-1}}, \\ w = 1 - \frac{b'}{k} e^{-(\psi - \alpha - \xi') \sqrt{-1}} + \frac{c}{k} e^{-(2\psi - \alpha - \gamma) \sqrt{-1}}. \end{cases}$$

En vertu de ces diverses formules, H et K^2 seront des fonctions entières des deux quantités variables $\sin \psi, \cos \psi$, la fonction H étant du premier degré par rapport à chacune de ces deux quantités, et la fonction K^2 du second degré. Si d'ailleurs on pose

$$(9) \quad a = \text{tang} \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{b}{h} \right),$$

on en conclura

$$\frac{h}{b} = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right),$$

et par suite l'équation (6) pourra être réduite à

$$(10) \quad H = \frac{b}{2a} u,$$

la valeur de u étant

$$(11) \quad u = 1 - 2a \cos(\psi - \phi) + a^2.$$

Ajoutons que les valeurs de v, w fournies par les équations (8) peuvent elles-mêmes être présentées sous les formes

$$(12) \quad \begin{cases} v = (1 - be^{(\psi-\mu)\sqrt{-1}})(1 - ce^{(\psi-\nu)\sqrt{-1}}), \\ w = (1 - be^{-(\psi-\mu)\sqrt{-1}})(1 - ce^{-(\psi-\nu)\sqrt{-1}}), \end{cases}$$

b, c désignant des constantes positives, et μ, ν des angles constants.

» Posons maintenant

$$(13) \quad v = \frac{K}{H},$$

et

$$(14) \quad \theta = \text{tang} \left(\frac{1}{2} \text{arc sin } v \right).$$

On aura par suite

$$v = \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{1}{\theta} \right).$$

Donc la formule (5) donnera

$$(15) \quad \rho = \frac{K}{2\theta} [1 + 2\theta \cos(\psi' - \omega) + \theta^2],$$

et l'on en conclura

$$(16) \quad \rho^{-l-\frac{1}{2}} = \left(\frac{2\theta}{K} \right)^{l+\frac{1}{2}} [1 + 2\theta \cos(\psi' - \omega) + \theta^2]^{-l-\frac{1}{2}}.$$

Cela posé, concevons que l'on développe les deux expressions

$$(1 - 2\theta \cos \psi' + \theta^2)^{-l-\frac{1}{2}}, \quad \rho^{-l-\frac{1}{2}}$$

en séries ordonnées suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi' \sqrt{-1}}.$$

θ sera le module commun des deux séries; et, si l'on nomme

$$\Theta_{l, n'}, \quad \mathfrak{b}_{l, n'}$$

les coefficients de l'exponentielle

$$e^{n' \psi' \sqrt{-1}}$$

dans les deux développements, on aura

$$(17) \quad \mathfrak{b}_{l, n'} = (-1)^{n'} \left(\frac{2\theta}{K} \right)^{l+\frac{1}{2}} \Theta_{l, n'} e^{-n' \omega \sqrt{-1}}.$$

Si d'ailleurs on pose, pour abréger,

$$[l]_n = \frac{l(l+1) \dots (l+n-1)}{1 \cdot 2 \dots n},$$

et

$$\lambda = \frac{\theta^2}{1 - \theta^2},$$

on trouvera non-seulement

$$(18) \quad \Theta_{l, n'} = [l + \frac{1}{2}]_{n'} \theta^{n'} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{2n' + 2l + 1}{2n' + 2} \theta^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{2n' + 2l + 1}{2n' + 2} \frac{2n' + 2l + 3}{2n' + 4} \theta^4 + \dots \right),$$

mais encore

$$(19) \quad \Theta_{l, n'} = [l + \frac{1}{2}]_{n'} \mathbf{I}_{l, n'} \frac{\theta^{n'}}{(1 - \theta^2)^{l+\frac{1}{2}}},$$

la valeur de $\mathbf{I}_{l, n'}$ étant

$$(20) \quad \mathbf{I}_{l, n'} = 1 + \frac{2l+1}{2} \frac{2l-1}{2n'+2} \lambda + \frac{(2l+1)(2l+3)}{2 \cdot 4} \frac{(2l-1)(2l-3)}{(2n'+2)(2n'+4)} \lambda^2 + \text{etc.}$$

Ajoutons que, si, dans la formule (17), on substitue à la place de K et de l'exponentielle $e^{\omega \sqrt{-1}}$ leurs valeurs, tirées des formules (7), on trouvera

$$(21) \quad \mathfrak{b}_{l, n'} = (-1)^{n'} \left(\frac{2\theta}{k \rho^{\frac{1}{2}} \omega^{\frac{1}{2}}} \right)^{l+\frac{1}{2}} \Theta_{l, n'} \left(\frac{\nu}{\omega} \right)^{\frac{1}{2} n'} e^{-n' (\psi - \alpha) \sqrt{-1}}.$$

» Comme la valeur de $\Theta_{l,n'}$, fournie par l'équation (18), se compose de termes proportionnels à diverses puissances de θ , savoir, à

$$\theta^{n'}, \theta^{n'+1}, \dots,$$

il est clair qu'en vertu des formules (18) et (20), la valeur de $\mathfrak{B}_{l,n'}$ se composera de termes proportionnels à ces mêmes puissances, multipliées par le produit

$$\left(\frac{\theta}{\nu^{\frac{1}{2}} \omega^{\frac{1}{2}}} \right)^{l+\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}n'} e^{-n'\psi\sqrt{-1}}.$$

Donc, pour développer $\mathfrak{B}_{l,n'}$ en une série ordonnée suivant les puissances entières de l'exponentielle $e^{\psi\sqrt{-1}}$, il suffira de développer en séries de cette espèce le produit

$$(22) \quad \theta^{n'+l+\frac{1}{2}} \nu^{\frac{1}{2}(n'-l-\frac{1}{2})} \omega^{-\frac{1}{2}(n'+l+\frac{1}{2})},$$

et ceux dans lesquels il se transforme quand on remplace successivement le nombre n' par chacun des nombres $n' + 1, n' + 2, \dots$. Or, si l'on veut appliquer à ce dernier problème la méthode logarithmique, la question sera réduite au calcul des développements des logarithmes népériens de ν , ω et θ . D'ailleurs, les développements des logarithmes de ν et ω se déduiront immédiatement des équations (12) jointes à la formule

$$(23) \quad l(1-x) = - \left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \right),$$

dans laquelle la lettre l indique un logarithme népérien. Donc, la question pourra être ramenée à la formation du développement de $l(\theta)$, suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi\sqrt{-1}}.$$

» Considérons, en particulier, le cas où l'on se propose de calculer des perturbations correspondantes à des puissances élevées des exponentielles qui ont pour arguments les anomalies moyennes des deux planètes m, m' . Alors, le nombre n' devenant considérable, les termes qui suivent le premier, dans le second membre de la formule (20), deviennent très-petits; et il est avantageux de remplacer la formule (18) par la formule (19), jointe à l'équation (20),

dont le second membre peut être, sans erreur sensible, réduit à un petit nombre de termes. D'ailleurs, on tire des formules (17) et (19)

$$(24) \quad \mathfrak{W}_{l,n'} = (-1)^{n'} [l + \frac{1}{2}]_{n'} I_{l,n'} \frac{\theta^{n'}}{\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\theta} - \theta \right) K \right\}^{l+\frac{1}{2}}} e^{-n' \psi \sqrt{-1}}.$$

Il y a plus : comme la formule (14) donne

$$\theta = \frac{1 - \sqrt{1 - \psi^2}}{\psi}, \quad \frac{1}{\theta} = \frac{1 + \sqrt{1 - \psi^2}}{\psi},$$

on en conclut

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\theta} - \theta \right) = \frac{\sqrt{1 - \psi^2}}{\psi} = \frac{\sqrt{H^2 - K^2}}{K}.$$

Donc l'équation (24) peut être réduite à

$$(25) \quad \mathfrak{W}_{l,n'} = (-1)^{n'} [l + \frac{1}{2}]_{n'} I_{l,n'} (H^2 - K^2)^{-\frac{1}{2}(l+\frac{1}{2})} \theta^{n'} e^{-n' \psi \sqrt{-1}},$$

ou, ce qui revient au même, en vertu de la seconde des formules (7), à

$$(26) \quad \mathfrak{W}_{l,n'} = (-1)^{n'} [l + \frac{1}{2}]_{n'} I_{l,n'} (H^2 - K^2)^{-\frac{1}{2}(l+\frac{1}{2})} \left(\frac{\psi}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}n'} \theta^{n'} e^{-n'(\psi - \alpha)\sqrt{-1}}.$$

Donc, pour développer $\mathfrak{W}_{l,n'}$ en une série ordonnée suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi \sqrt{-1}},$$

il suffira de développer en séries de cette espèce le produit

$$I_{l,n'} (H^2 - K^2)^{-\frac{1}{2}(l+\frac{1}{2})} \left(\frac{\psi}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}n'} \theta^{n'},$$

par conséquent le produit

$$(27) \quad (H^2 - K^2)^{-\frac{1}{2}(l+\frac{1}{2})} \left(\frac{\psi}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}n'} \theta^{n'},$$

et ce même produit successivement multiplié par les premières puissances entières de λ . Or, si l'on veut appliquer à ce dernier problème la méthode logarithmique, la question sera réduite au calcul des logarithmes népériens

des développements de

$$\nu, w, \theta, H^2 - K^2, \text{ et } \lambda.$$

D'ailleurs, comme on l'a déjà remarqué, les développements de $l(\nu)$, $l(w)$ se déduisent immédiatement des formules (12) et (23). D'autre part, $H^2 - K^2$ est une fonction entière, et du quatrième degré, de $\cos \psi$, $\sin \psi$, qui offre une valeur toujours positive, et qui, pour ce motif, peut être égale au produit d'une constante par deux facteurs V, W semblables à ceux dont les formules (12) fournissent les valeurs. On pourra donc encore, à l'aide de la formule (23), développer aisément

$$l(H^2 - K^2)$$

en une série ordonnée suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{\psi\sqrt{-1}},$$

et il ne restera plus qu'à développer en séries du même genre $l(\theta)$ et $l(\lambda)$. Enfin, comme des deux formules

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2}\theta^2}{1-\theta^2}, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\theta} - \theta\right) = \frac{\sqrt{H^2-K^2}}{K}$$

on tirera

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2}\theta K}{\sqrt{H^2-K^2}} = \frac{1}{2}\theta k \frac{\nu^{\frac{1}{2}} w^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{H^2-K^2}},$$

on en conclura

$$l(\lambda) = l\left(\frac{1}{2}k\right) + l(\theta) + \frac{1}{2}[l(\nu) + l(w) - l(H^2 - K^2)],$$

et par conséquent la recherche du développement de $l(\lambda)$ se trouvera immédiatement ramenée à la recherche du développement de $l(\theta)$.

» Donc, en résumé, dans l'application de la méthode logarithmique au développement du coefficient $\nu_{l, n'}$, et par suite au développement du coefficient $\lambda_{n'}$, suivant les puissances entières de $e^{\psi\sqrt{-1}}$, la principale difficulté consiste à développer le logarithme népérien du module θ .

» Nous allons maintenant nous occuper de résoudre le dernier problème.

§ III. — Développement du logarithme népérien du module θ suivant les puissances entières de l'exponentielle trigonométrique dont l'argument est l'anomalie excentrique de la planète m .

» Le module θ est, comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, déter-

miné par le système des deux équations

$$(1) \quad \theta = \operatorname{tang} \left(\frac{1}{2} \arcsin v \right), \quad v = \frac{K}{H},$$

H, K^2 étant deux fonctions entières des quantités variables $\sin \psi, \cos \psi$, et ces deux fonctions étant, par rapport aux quantités dont il s'agit, la première du premier degré, la seconde du second degré. Or, comme on a généralement

$$d \operatorname{tang} \frac{x}{2} = \frac{dx}{\sin x}, \quad \text{et} \quad d \arcsin x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}},$$

on tirera des formules (1)

$$D_{\psi} l(\theta) = \frac{D_{\psi} v}{v \sqrt{1-v^2}},$$

et par suite

$$(2) \quad D_{\psi} l(\theta) = \frac{U}{K^2 \sqrt{H^2 - K^2}},$$

la valeur de U étant

$$(3) \quad U = HK D_{\psi} K - K^2 D_{\psi} H.$$

De plus, comme la première des formules (7) du § II donne

$$(4) \quad K^2 = k^2 v w,$$

les valeurs de v, w étant fournies par les équations (12) du même paragraphe, la formule (2) pourra être réduite à

$$(5) \quad D_{\psi} l(\theta) = \frac{1}{v w \sqrt{H^2 - K^2}} \frac{U}{k^2}.$$

D'ailleurs, en vertu de la formule (3), U et $\frac{U}{k^2}$ seront deux fonctions de $\sin \psi, \cos \psi$, entières et du troisième degré; par conséquent, deux fonctions entières et du troisième degré, de chacune des exponentielles

$$e^{\psi \sqrt{-1}}, \quad e^{-\psi \sqrt{-1}}.$$

Donc, pour développer $D_{\psi} l(\theta)$ en une série ordonnée suivant les puissances

entières de l'exponentielle $e^{\psi\sqrt{-1}}$, il suffira de développer en une semblable série le rapport

$$(6) \quad \frac{1}{vw\sqrt{H^2 - K^2}}.$$

Or, on y parviendra aisément en suivant la méthode logarithmique, puisque le logarithme de ce rapport sera égal et de signe contraire à la somme

$$l(v) + l(w) + \frac{1}{2} l(H^2 - K^2),$$

dont chaque terme pourra être facilement développé, ainsi que nous l'avons déjà reconnu, en une série ordonnée suivant les puissances entières de $e^{\psi\sqrt{-1}}$.

§ IV. — *Des développements ordonnés suivant les puissances des exponentielles trigonométriques qui ont pour arguments les anomalies moyennes de deux planètes.*

» Les principes exposés dans les paragraphes précédents fournissent immédiatement le développement de la fonction perturbatrice, et spécialement de la partie de cette fonction qui est réciproquement proportionnelle à la distance v de deux planètes m, m' en une série ordonnée suivant les puissances entières des exponentielles trigonométriques qui ont pour arguments les anomalies excentriques ψ, ψ' de ces deux planètes. Mais le calcul des inégalités périodiques exige que les développements soient effectués suivant les puissances entières des anomalies moyennes T, T' . Voyons comment il est possible de substituer ces dernières anomalies aux deux premières.

» Nommons toujours $\mathfrak{A}_{n'}$ le coefficient de l'exponentielle

$$e^{n'\psi'\sqrt{-1}},$$

dans le développement de $\frac{1}{v}$ en une série ordonnée suivant les puissances entières de $e^{\psi'\sqrt{-1}}$. $\mathfrak{A}_{n'}$ se composera de diverses parties dont chacune, comme on l'a vu, pourra être facilement déterminée à l'aide de la méthode logarithmique. Soit

$$F(\psi)$$

une de ces parties, considérée comme fonction de l'angle ψ . $F(\psi)$ sera un produit de facteurs simples dont les logarithmes népériens seront immédiatement développables en séries ordonnées suivant les puissances entières de

l'exponentielle

$$e^{\psi\sqrt{-1}},$$

et la somme des développements ainsi formés fournira précisément le développement correspondant du logarithme népérien de la fonction $F(\psi)$. Concevons maintenant qu'il s'agisse de développer $F(\psi)$ suivant les puissances entières, non plus de l'exponentielle

$$e^{\psi\sqrt{-1}},$$

mais de l'exponentielle

$$e^{T\sqrt{-1}},$$

et cherchons en particulier, dans ce nouveau développement, le coefficient de la puissance du degré n , c'est-à-dire le coefficient de

$$e^{nT\sqrt{-1}},$$

n désignant une quantité entière positive ou négative. Le coefficient cherché sera

$$(1) \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\psi) e^{-nT\sqrt{-1}} dT.$$

Mais, en nommant ε l'excentricité de l'orbite décrite par la planète m , on a

$$(2) \quad T = \psi - \varepsilon \sin \psi.$$

Donc l'expression (17) pourra être réduite à celle-ci :

$$(3) \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (1 - \varepsilon \cos \psi) F(\psi) e^{-n\psi\sqrt{-1}} e^{n\varepsilon \sin \psi\sqrt{-1}} d\psi.$$

Donc le coefficient

$$e^{nT\sqrt{-1}},$$

dans le développement de la fonction

$$F(\psi),$$

suivant les puissances entières de

$$e^{T\sqrt{-1}},$$

sera en même temps le coefficient de

$$e^{n\psi\sqrt{-1}}$$

dans le développement du produit

$$(4) \quad (1 - \varepsilon \cos \psi) e^{n\varepsilon \sin \psi \sqrt{-1}} F(\psi)$$

suivant les puissances entières de

$$e^{\psi\sqrt{-1}}.$$

Donc, pour obtenir ce même coefficient à l'aide de la méthode logarithmique, il suffira de développer suivant les puissances entières de $e^{\psi\sqrt{-1}}$ le logarithme népérien du produit (4), et par conséquent le logarithme népérien de ses divers facteurs. Or, par hypothèse, on connaît déjà le développement du logarithme népérien de la fonction $F(\psi)$, et le logarithme népérien de l'exponentielle

$$e^{n\varepsilon \sin \psi \sqrt{-1}}$$

est tout simplement

$$n\varepsilon \sin \psi \sqrt{-1} = \frac{n\varepsilon}{2} e^{\psi\sqrt{-1}} - \frac{n\varepsilon}{2} e^{-\psi\sqrt{-1}}.$$

Il ne restera donc plus à développer, suivant les puissances entières de $e^{\psi\sqrt{-1}}$, que le logarithme népérien du facteur

$$1 - \varepsilon \cos \psi.$$

On y parviendra très-aisément, en posant

$$(5) \quad \eta = \operatorname{tang} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin \varepsilon \right).$$

En effet, on tirera de la formule (5)

$$\frac{1}{2} \left(\eta + \frac{1}{\eta} \right) = \frac{1}{\varepsilon},$$

par conséquent

$$(6) \quad 1 - \varepsilon \cos \psi = \frac{\varepsilon}{2\eta} (1 - 2\eta \cos \psi + \eta^2),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(7) \quad 1 - \varepsilon \cos \psi = \frac{\varepsilon}{2\eta} (1 - \eta e^{\psi \sqrt{-1}}) (1 - \eta e^{-\psi \sqrt{-1}});$$

et il est clair que le développement cherché du logarithme népérien de $1 - \varepsilon \cos \psi$ se déduira immédiatement de l'équation (7), jointe à la formule (23) du § II.

» En résumé, à l'aide des formules que nous avons établies, on calculera aisément le coefficient de l'exponentielle

$$e^{nT\sqrt{-1}},$$

ou bien encore de l'exponentielle

$$e^{-nT\sqrt{-1}}$$

dans le développement de la fonction $\mathfrak{A}_{n'}$. On calculera de la même manière les coefficients de la même exponentielle dans les développements des fonctions

$$\mathfrak{A}_{n'-1}, \mathfrak{A}_{n'-2}, \dots, \mathfrak{A}_{n'+1}, \mathfrak{A}_{n'+2}, \dots;$$

et pour déduire de ces divers coefficients celui qui leur correspond dans le développement de la fonction $\mathfrak{A}_{n'}$, il suffira d'observer que ce dernier se trouve nécessairement lié aux autres par une équation linéaire, semblable à celle qui lie entre elles les fonctions elles-mêmes, c'est-à-dire semblable à l'équation (5) de la page 63 (voir le *Compte rendu* de la séance du 8 juillet dernier).

§ V. — *Remarque sur les formules obtenues dans les paragraphes précédents.*

» Soient a, a' les demi-grands axes des orbites décrites par les astres m, m' , et nommons $\varepsilon, \varepsilon'$ les excentricités de ces mêmes orbites. Les valeurs de i, i' , dans le second nombre de l'équation (1) du § II, seront

$$(1) \quad i = \frac{a^2 \varepsilon^2}{2}, \quad i' = \frac{a'^2 \varepsilon'^2}{2}.$$

Or, ces valeurs étant généralement très-petites dans la théorie des planètes, il est clair que, dans cette théorie, la valeur de ς déterminée par la formule

$$(2) \quad \varsigma = i \cos 2\psi + i' \cos 2\psi'$$

est très-petite elle-même, comparée à la valeur de ρ que l'on peut supposer déterminée par l'équation

$$(3) \quad \rho = v^2 - \varsigma.$$

Donc alors la valeur de $\frac{1}{v}$ déterminée par la formule

$$(4) \quad \frac{1}{v} = \rho^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \rho^{-\frac{3}{2}} \varsigma + \frac{1.3}{2.4} \rho^{-\frac{5}{2}} \varsigma^2 + \dots$$

se trouve représentée par la somme d'une série très-convergente. Il n'en est plus de même lorsque m , cessant d'être une planète, devient une comète, et alors des deux quantités i , i' , la première, i , cesse d'être très-petite. Mais, dans ce dernier cas, et même dans tous les cas possibles, on peut, en conservant sans altération les formules (3) et (4), substituer à l'équation (2) l'équation plus simple

$$(5) \quad \varsigma = i' \cos 2\psi'.$$

Alors toutes les formules que nous avons précédemment obtenues, et les conséquences que nous en avons déduites, continuent de subsister. Seulement les fonctions entières de $\sin \psi$, $\cos \psi$, représentées par

$$H \quad \text{et} \quad H^2 - K^2,$$

sont, la première, du second degré; la seconde, du quatrième degré; ce qui n'empêche pas ces mêmes fonctions d'être décomposables en facteurs linéaires. Cette remarque très-simple permet évidemment d'appliquer la méthode logarithmique au calcul des inégalités périodiques qu'éprouvent les mouvements, non-seulement des grandes et des petites planètes, mais encore les mouvements des comètes elles-mêmes. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la volubilité des tiges de certains végétaux et sur la cause de ce phénomène; par M. DUTROCHET.*

« Les tiges des végétaux volubiles enveloppent de leurs spires les arbres ou les autres appuis qui leur servent de supports, en s'enroulant sur eux dans la progression ascendante de leur accroissement. Cet enroulement s'opère ou de droite à gauche ou de gauche à droite, suivant les espèces végétales. Pour se faire une idée précise de ces deux modes d'enroulement spiralé, l'observateur doit se supposer au centre de la spirale formée par le végétal volubile. Cette spirale sera dirigée de droite à gauche si l'observateur, censé servir de support, voit, en idée, la tige spiralée du végétal volubile passer sur le devant de sa poitrine en montant de sa droite vers sa gauche. Si, au contraire, la tige spiralée est censée passer sur le devant de la poitrine de l'observateur en montant de sa gauche vers sa droite, la spirale sera de gauche à droite.

» Lorsque j'eus découvert que les sommets des tiges du *Pisum sativum*, que les sommets des filets préhenseurs de plusieurs plantes grimpantes offraient un mouvement révolutif spontané, dirigé tantôt de droite à gauche, tantôt de gauche à droite (1), j'entrevis que la force intérieure et vitale à laquelle était dû ce mouvement révolutif était aussi l'agent de l'enroulement spiralé des tiges des végétaux volubiles. Cependant il y a une différence très-remarquable entre ces deux phénomènes. Le mouvement révolutif est très-marqué dans la tige du *Pisum sativum*, et cependant cette tige n'est point volubile; elle ne conserve aucune des inflexions qu'elle subit tour à tour dans son mouvement révolutif, qui dure pendant plusieurs jours en diminuant graduellement de vitesse. Lorsque ce mouvement a cessé dans un mérithalle vieilli, ce mérithalle demeure droit. Dans les filets préhenseurs de la bryone ou du concombre, le mouvement révolutif n'existe que dans les premiers temps. Ces filets ne conservent aucune courbure permanente qui soit la suite de ce mouvement passager. Au contraire, l'enroulement spiralé de ces filets est permanent du moment qu'il est opéré. Il n'est point susceptible de s'effacer, de se changer en une autre courbure, comme cela a lieu relativement aux inflexions prises par ces mêmes filets dans leur mouvement révolutif. De même, dans les tiges volubiles, la force qui produit l'enroulement spiralé, agissant à mesure qu'elles s'accroissent en longueur, leur donne, de prime

(1) Voyez les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séance du 6 novembre 1843.

abord, la courbure spiralée qu'elles ne quitteront point. Ainsi, dans le mouvement révolutif, on observe un état passager des courbures successives qui opèrent la révolution, laquelle a lieu dans une courbe fermée, tandis que dans le mouvement d'enroulement spiralé, on observe un état permanent des courbures qui opèrent ce mouvement.

» Les filets préhenseurs de certains végétaux offrent successivement le premier et le second de ces phénomènes. Les tiges des végétaux volubiles semblent n'offrir que le second ; mais le premier n'y existerait-il pas aussi, quoiqu'il n'ait pas encore été aperçu ? S'il y existait et que sa direction de droite à gauche ou de gauche à droite fût constamment la même que celle de la volubilité ou du mouvement d'enroulement spiralé, cela ne prouverait-il pas que ces deux mouvements dépendent de l'action de la même force intérieure et vitale dont l'action est révolutive ? J'ai entrepris de faire les expériences propres à résoudre ce problème de physiologie végétale. Il s'agissait d'observer les sommets fort jeunes, et non encore enroulés en spirale, des tiges des plantes volubiles, afin de voir si le mouvement révolutif y existait ; il fallait voir si ce mouvement révolutif, supposé qu'il existât, s'opérait constamment dans le même sens que celui de l'enroulement spiralé ou de la volubilité.

» Ces expériences seraient difficiles à faire en plein air, où l'influence d'une vive lumière est un obstacle à l'existence du mouvement révolutif, ainsi que je l'ai fait voir dans mon Mémoire cité plus haut, et où l'agitation de l'atmosphère troublerait souvent les mouvements du végétal. J'ai donc été dans la nécessité de les faire dans mon cabinet. Pour cela, je prenais seulement le sommet en pleine végétation des végétaux volubiles, et je mettais leur partie inférieure coupée tremper dans l'eau contenue dans un flacon en l'y assujettissant convenablement. Des indicateurs correspondaient aux extrémités de ces tiges, pour pouvoir observer leur déplacement.

» Avant d'exposer mes expériences, je dois rappeler ici quelques-uns des faits que j'ai fait connaître dans mes observations sur le mouvement révolutif chez le *Pisum sativum*.

» Le mouvement révolutif ne se montre que chez les deux mérithalles qui précèdent le dernier, c'est-à-dire chez ceux qui, sans être trop jeunes, le sont encore assez pour posséder une flexibilité et une vitalité suffisantes pour l'existence de ce phénomène. On ne l'observe pas encore chez les mérithalles trop jeunes ; on cesse de l'observer chez les mérithalles trop vieux. Or, cet état de vieillesse arrive d'autant plus vite que la température est plus élevée. Plus un mérithalle vieillit, plus son mouvement révolutif est lent ; ce mouvement est accéléré par l'élévation de la température, il est ralenti par son abaissement.

» Il résulte de ces faits que l'appréciation de la durée d'une révolution n'a de valeur qu'autant que cette durée est comparée à l'âge du mérithalle qui exécute ce mouvement, qu'autant que le degré de la température intervient dans l'appréciation de cette durée, qu'autant enfin que l'on peut déterminer quelle est l'influence qu'exerce, sur cette durée, la nature même du végétal. Or toutes ces observations comparées ne pouvaient point être faites dans les expériences que je vais exposer. Les végétaux coupés et trempant dans l'eau par leur base tronquée n'étaient point là dans leur état naturel; ils ne pouvaient donc point être les objets d'expériences exactes. La seule chose importante à observer dans cette circonstance, était l'existence et la direction du mouvement révolutif; peu importait la durée de la révolution. Cependant je n'ai pas négligé de noter cette durée.

» Voici le résumé de mes expériences, faites exclusivement sur les végétaux volubiles indigènes.

Liserons (*Convolvulus sepium*, *Convolvulus arvensis*, L.).

» Les tiges de ces deux plantes sont volubiles de droite à gauche; leur sommet m'a offert un mouvement révolutif dans le même sens. Chez le *Convolvulus sepium*, la durée de la révolution a été, dans deux expériences, de 15 heures et de 18 heures 30 minutes. Chez le *Convolvulus arvensis*, cette durée de la révolution a été de 9 heures et de 10 heures 15 minutes. Pendant ces expériences, faites simultanément, la température, dans mon cabinet, fut de 17 à 18 degrés centésimaux. Les tiges de ces deux plantes sont tordues sur elles-mêmes de droite à gauche, c'est-à-dire dans le même sens que celui de la volubilité, et que celui du mouvement révolutif.

Haricot (*Phaseolus vulgaris*, L.).

» La tige de cette plante est volubile de droite à gauche, elle est tordue sur elle-même dans le même sens. J'ai mis simultanément en expérience deux de ces tiges, par une température de 17°,50 à 18 degrés centésimaux. Ces tiges étaient très-faibles et ne pouvaient se soutenir droites; leur partie supérieure était fléchie vers la terre, et c'est dans le milieu de leur antépénultième mérithalle qu'existait la flexion. Or, c'est ce lieu de flexion qui était le siège principal des incurvations par lesquelles la partie supérieure et inclinée des deux tiges fut dirigée successivement vers tous les points de l'horizon. Ce mouvement révolutif s'opéra de droite à gauche, même sens que celui de la volubilité et que celui de la torsion de la tige sur elle-même. Dans l'une de ces tiges, la première révolution s'accomplit en 5 heures 30 minutes, et la

seconde en 8 heures 30 minutes. Dans l'autre tige, la première révolution s'opéra en 11 heures 15 minutes, et la seconde en 13 heures.

Cuscuta (*Cuscuta europæa*, L.).

» Les tiges filiformes de cette plante parasite sont volubiles de droite à gauche; mais comme cette volubilité n'est pas très-prononcée, on ne l'observe pas souvent. Pour voir si les sommets des tiges de cette plante offraient un mouvement révolatif, j'ai coupé une tige de luzerne (*Medicago sativa*), sur laquelle elle vivait en parasite, et je l'ai mise tremper, par sa base, dans un flacon plein d'eau. La cuscute a continué de vivre et de se développer. De cette manière j'ai pu observer le mouvement révolatif des sommets libres des tiges filiformes de cette plante, mouvement que j'ai vu affecter la direction de droite à gauche. Dans quatre expériences faites simultanément par une température de + 17 degrés centésimaux, j'ai vu les révolutions s'accomplir en 1 heure 15 minutes, en 1 heure 35 minutes, en 1 heure 40 minutes, et enfin, en 2 heures. Ces tiges filiformes ne sont point sensiblement tordues sur elles-mêmes.

Houblon (*Humulus lupulus*, L.).

» La tige du houblon est volubile de gauche à droite, et tordue sur elle-même dans le même sens. J'ai mis en expérience deux sommités de tige de cette plante en pleine végétation, et cela par une température de + 18 degrés centésimaux. J'ai observé le mouvement révolatif opéré par l'action du pénultième mérithalle; sa direction est de gauche à droite, direction semblable à celle de la volubilité et à celle de la torsion de la tige. La durée des révolutions a été très-inégale dans ses diverses périodes. Ainsi, dans l'une des tiges, la première demi-révolution s'étant accomplie en 5 heures 30 minutes, la seconde demi-révolution ne s'accomplit qu'en 17 heures 30 minutes, ce qui fit 23 heures pour la révolution entière. Dans l'autre tige, la première demi-révolution s'opéra en 5 heures, tandis que la seconde demi-révolution ne fut effectuée qu'en 15 heures, ce qui fit 20 heures pour la révolution entière. Cette différence extraordinaire provient, à mon avis, de ce que, au commencement de l'expérience, la plante possédait encore son énergie vitale naturelle, tandis qu'au bout de quelques heures, cette énergie se trouvait déjà altérée par le fait de la position anormale de la plante; il n'y eut point de révolution subséquente.

Renouée des buissons (*Polygonum dumetorum*, L.).

» La tige de cette plante est volubile de gauche à droite, et légèrement

tordue sur elle-même dans le même sens. J'ai mis en expérience simultanément et par une température de $+ 17$ à 18 degrés centésimaux, trois sommets de tige de cette plante ayant chacun quatre mérithalles. J'observai le mouvement révolutif de gauche à droite, c'est-à-dire dans le même sens que celui de la volubilité et que celui de la torsion de la tige sur elle-même. Les révolutions s'accomplirent en 3 heures 10 minutes, en 5 heures 20 minutes. et en 7 heures 15 minutes.

Chèvrefeuille des bois (*Lonicera perelymenum*, L.).

» La tige du chèvrefeuille est volubile de gauche à droite, et elle est tordue sur elle-même dans le même sens. J'ai mis trois de ces tiges en expérience; elles avaient chacune trois mérithalles. Les pénultièmes, longs de 5 à 6 centimètres, furent les sièges de l'action qui opéra le mouvement révolutif, lequel fut de gauche à droite, sens qui se trouva ainsi le même que celui de la volubilité et que celui de la torsion de la tige. Les révolutions, dans ces trois tiges, s'accomplirent en 3 heures 15 minutes, en 4 heures 20 minutes, et en 5 heures 30 minutes.

Tamme (*Tamus communis*, L.).

» La tige du *Tamus communis* est volubile de gauche à droite, elle est tordue sur elle-même dans le même sens. Par une température de $+ 18$ degrés centésimaux, j'ai mis en expérience une sommité de tige contenant trois mérithalles; elle m'offrit le mouvement révolutif dirigé de gauche à droite, sens le même que celui de la volubilité et que celui de la torsion de la tige sur elle-même. La révolution s'accomplit en 9 heures 20 minutes. Cette révolution fut exclusivement due à l'action du pénultième mérithalle, lequel était long de 4 centimètres. Le dernier mérithalle, long seulement de 1 centimètre, n'offrait point encore ce mouvement.

Morelle grimpante (*Solanum dulcamara*, L.).

» La tige de la morelle grimpante est faiblement volubile, aussi ne la trouve-t-on pas toujours dans cet état. Sa volubilité se manifeste lorsque ses tiges naissantes et nombreuses se trouvent très-rapprochées; alors elles s'enroulent en spirale les unes sur les autres. On les voit de même s'enrouler en spirale sur les tiges verticales d'autres plantes, telles, par exemple, que des orties, avec lesquelles elles peuvent se trouver en contact de manière à ne point être gênées dans leur mouvement d'enroulement. Lorsqu'elles croissent parmi les rameaux diffus et serrés des arbustes, leur volubilité ne se manifeste point.

» Cette plante offre cela de tout particulier, qu'elle est volubile dans les deux sens opposés, c'est-à-dire de droite à gauche et de gauche à droite. J'ai trouvé à peu près, en nombre égal, des tiges de cette plante qui étaient volubiles dans ces deux sens. L'observation attentive de ce phénomène m'a conduit à la connaissance de sa cause.

» On sait que, chez un grand nombre de végétaux, les feuilles, dans leur insertion sur la tige, représentent une spirale, et souvent il arrive que, sur le même individu végétal, il y a des tiges qui offrent cette spirale dirigée de droite à gauche, et d'autres tiges chez lesquelles cette spirale est dirigée de gauche à droite. C'est à Bonnet (1) que l'on doit cette observation. Cette double direction de la spirale des feuilles est très-remarquable chez la morelle grimpante, car il y a chez elle à peu près autant de tiges ou de rameaux chez lesquels on observe la direction de droite à gauche de la spirale des feuilles, qu'il y en a chez lesquels existe la spirale inverse. Or, j'ai observé que ces deux directions inverses de la spirale des feuilles se trouvent en rapport avec les deux directions inverses de la volubilité qu'offrent les tiges de cette plante. Cela n'est pas toujours très-facile à constater, parce que les tiges volubiles sont toujours tordues sur elles-mêmes, ce qui fait que la direction naturelle de la spirale des feuilles ne peut plus se distinguer; mais, lorsqu'il n'y a qu'une partie, le milieu par exemple, d'une tige qui se soit trouvée à même de s'enrouler en spirale sur un support, on peut voir le sens de la spirale des feuilles au-dessus et au-dessous de cette partie enroulée. Lorsque les tiges de cette plante sont éloignées de tout support, elles n'offrent pas le moindre signe de disposition à la volubilité; elles ne sont alors jamais tordues sur elles-mêmes, et l'on distingue ainsi sans peine le sens de la spirale des feuilles.

» Après avoir constaté que le sens de la spirale des feuilles était le même que celui de la volubilité, chez la morelle grimpante, il s'agissait de rechercher si le mouvement révolutif du sommet des tiges existait chez cette plante, et si la direction de ce mouvement était semblable à la direction de la spirale des feuilles et de la volubilité. Pour faire cette expérience, j'ai pris deux tiges jeunes, en plein développement, et qui, s'étant développées à l'ombre, avaient un faible degré d'étiollement. Je savais, par mes expériences précédentes, qu'un commencement d'étiollement favorisait l'existence du mouvement révolutif. De ces deux tiges, qui, développées loin de tout support,

(1) *Recherches sur l'usage des feuilles.*

n'offraient aucun indice de volubilité ni de torsion sur elles-mêmes, l'une montrait la spirale des feuilles dirigée de droite à gauche, l'autre offrait cette spirale dirigée de gauche à droite. Je les mis en expérience dans mon cabinet, suivant ma méthode ordinaire. La température était, dans ce cabinet, fixée à $+19$ degrés centésimaux. J'observai bientôt le mouvement révolutif; il fut inverse dans les deux tiges. Dans la tige dont les feuilles offraient la spirale de droite à gauche, le mouvement révolutif du sommet s'opéra également de droite à gauche, et la révolution s'accomplit en 4 heures 20 minutes. Dans la tige dont les feuilles offraient la spirale de gauche à droite, le mouvement révolutif du sommet s'opéra de gauche à droite, et la révolution s'accomplit en 3 heures 15 minutes. La courbe fermée, décrite par le sommet des tiges dans ces deux expériences, n'eut que 2 à 3 centimètres de diamètre.

» J'ai répété, deux autres fois, ces expériences par des températures de 19 et de 20 degrés; j'ai obtenu les mêmes résultats. Les ayant tentées de nouveau par une température de 16 à 17 degrés, je n'ai plus observé de mouvement révolutif.

» Je fais observer que, dans les cas où j'ai observé ce mouvement révolutif, ce n'a été que dans les huit ou neuf premières heures de l'expérience. Passé ce temps, les tiges demeurèrent immobiles; leur vitalité avait été altérée par la position anormale où elles se trouvaient placées.

Conclusions.

» Les résultats suivants se déduisent des expériences ci-dessus exposées.

» 1°. Le mouvement révolutif existe dans le sommet de toutes les tiges volubiles.

» 2°. Le sens de ce mouvement révolutif est constamment le même que celui de la volubilité de ces mêmes tiges.

» 3°. Le sens de la torsion de ces tiges volubiles sur elles-mêmes est le même que celui du mouvement révolutif de leurs sommets, et que celui de leur volubilité. Il existe, il est vrai, des exceptions relativement à ce dernier fait, mais ces exceptions, qui m'ont trompé autrefois, proviennent de ce que, chez une tige enroulée en spirale sur un support, les feuilles, en se portant toutes du côté le plus éclairé, produisent par ce mouvement, dans la tige qui les porte, une torsion qui est quelquefois en sens inverse de celui de sa torsion normale.

» 4°. Le sens de la spirale décrite sur les tiges par l'insertion des feuilles

est le même que celui du mouvement révolutif du sommet de ces mêmes tiges.

» De tout cela on est en droit de conclure que les phénomènes divers, 1^o du mouvement révolutif du sommet des tiges; 2^o de la volubilité ou de l'enroulement spiralé de ces tiges sur leurs supports; 3^o de la torsion de ces tiges sur elles-mêmes; 4^o de la disposition en spirale des feuilles sur les tiges; que tous ces phénomènes, dis-je, dépendent de la même cause, c'est-à-dire qu'ils sont produits par la même force intérieure et vitale dont l'action est révolutive autour de l'axe central de la tige.

» Mais par quel mécanisme cette force produit-elle ces divers phénomènes? Est-ce en imprimant directement du mouvement aux solides organiques, ou bien est-ce seulement sur les liquides organiques qu'elle exerce son action motrice, laquelle se communiquerait ensuite aux solides? C'est à cette dernière hypothèse que je suis conduit à m'arrêter par les considérations suivantes, puisées dans l'étude de l'organisation des végétaux volubiles. Ces végétaux présentent, dans leur développement en grosseur, un phénomène très-remarquable qui consiste en ceci, que leurs tiges, au côté extérieur de la spirale qu'elles décrivent en vertu de leur volubilité, s'accroissent plus en grosseur et en longueur qu'elles ne le font au côté intérieur de cette même spirale, ce qui atteste, dans le côté extérieur, une nutrition plus active que dans le côté intérieur (1). Ces faits de nutrition plus active, et par conséquent de plus grand développement au côté extérieur de la spirale formée par la tige qu'à son côté intérieur, donnent évidemment la cause immédiate de la flexion spiralée de cette tige; mais quelle est la cause de cette inégale nutrition? On peut admettre que le côté intérieur de la spirale formée par la tige étant appliqué sur le support cylindrique qu'elle embrasse, ce côté, soustrait aux influences atmosphériques et à l'action de la lumière, serait privé, en partie, de l'action des causes extérieures qui favorisent la nutrition. Mais la disposition à l'enroulement spiralé existait, dans la tige volubile, avant que cet enroulement existât. On voit même souvent cet enroulement spiralé s'opérer sans que la tige soit en contact avec aucun support, en sorte que tous ses côtés reçoivent alors également les influences du dehors. Ainsi j'ai vu souvent des tiges très-allongées de chèvrefeuille des jardins (*Lonicera caprifol-*

(1) Pour bien expliquer ici ma pensée, je dirai que si les spirales de la tige volubile étaient assez rapprochées les unes des autres pour se toucher, elles représenteraient un tube. Or, la surface extérieure de ce tube est ce que je nomme le côté extérieur de la spirale, et la surface intérieure de ce même tube est ce que je nomme le côté intérieur de la spirale.

lium, L.), qui n'étaient en contact avec aucun support, affecter cependant la forme spiralée, et cela par l'effet d'une plus forte nutrition de la tige au côté extérieur de la spirale qu'à son intérieur. On voit très-bien le même phénomène d'inégale nutrition dans les vrilles les plus grosses de la bryone (*Bryonia alba*, L.), vrilles dont les spirales, alternativement dirigées de droite à gauche et de gauche à droite, n'ont point de supports dans leur intérieur.

» D'où provient cette différence dans la nutrition des deux côtés extérieur et intérieur de la spirale qu'affectent les tiges des végétaux volubiles? L'excès de nutrition du côté extérieur de la spirale qu'affecte la tige, même lorsque le côté intérieur de cette spirale, est exempt de contact avec un support, ne prouve-t-il pas que les liquides nutritifs sont dirigés en spirale et avec excès par une force intérieure vers le côté qui prend le plus de développement, côté qui devient, par cela même, le côté extérieur de la spirale? Or, comme il vient d'être démontré que tous les phénomènes de spiralisation et de révolution qu'offrent les tiges des végétaux dépendent de la force intérieure et vitale dont l'action est révolutive autour de l'axe central de la tige, il en résulte que c'est cette force qui donne aux liquides nutritifs la direction spiralée en vertu de laquelle s'opère l'excès de nutrition du côté extérieur de la spirale qu'affecte la tige de toute plante volubile.

» Au reste, on ne peut nier que le contact des supports n'ait de l'influence pour déterminer les tiges volubiles à s'enrouler sur eux en spirale. C'est ainsi qu'on a vu plus haut que les tiges du *Solanum dulcamara*, lorsqu'elles viennent à toucher des supports, s'enroulent en spirale sur eux, tandis que lorsqu'elles croissent libres de tout contact, elles n'offrent pas le plus léger indice de volubilité. Le contact des supports agit très-probablement ici en interceptant localement l'influence des agents du dehors, ainsi que je l'ai dit plus haut, mais cela ne déterminerait pas l'enroulement d'une tige non volubile quelque grêle, quelque flexible qu'elle soit: il faut que la disposition à la volubilité existe. »

RAPPORTS.

HYDRAULIQUE. — *Rapport sur un barrage mobile inventé par M. THENARD*, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

(Commissaires, MM. Poncelet, Piobert, Dufrénoy, Arago rapporteur.)

« Tous les moyens de locomotion et de transport sont, depuis une quarantaine d'années, l'objet de recherches assidues et approfondies. Ajoutons que le succès a couronné presque constamment les efforts des ingénieurs.

» Ainsi, la question du tracé des routes a été définitivement soumise à des principes mathématiques. Des expériences nombreuses ont fait connaître le rapport du frottement à la pression, sur les divers terrains naturels ou artificiels formant en France la surface des principales routes. Les propriétés comparatives des véhicules à grandes ou à petites roues, à jantes larges ou étroites, sont maintenant nettes et définies. Des essais méthodiques, entrepris sur une assez grande échelle, éclaireront bientôt l'administration, touchant les meilleurs systèmes de pavage; on saura ce qu'il est permis d'attendre du bois substitué au grès; des cylindrages exécutés à l'aide des rouleaux compresseurs convenablement pondérés; de l'emploi de telle ou telle matière d'agglomération, suivant la nature des cailloux formant les chaussées d'empierrement, etc.

» Il faudrait un grand nombre de pages pour signaler ce qui a déjà été réalisé concernant les chemins de fer, et les améliorations qui sont en cours d'expériences.

» Cédant à des idées préconçues touchant les ondulations des liquides, cédant à la crainte de détruire les berges, personne n'exécutait jadis le halage sur les canaux, qu'au petit pas. Maintenant des *bateaux rapides* les parcourent avec la vitesse des chevaux de poste.

» Chaque jour la grande navigation à vapeur fait de nouveaux progrès; chaque jour apporte, en ce genre, des découvertes qui laissent bien loin derrière elles les améliorations prévues et même les espérances des esprits enthousiastes. Les ports les plus entourés d'écueils sont maintenant accessibles par tous les vents, par tous les états de la mer. Des remorqueurs y conduisent avec facilité, avec sûreté, de jour comme de nuit, les bâtiments de commerce et de guerre. Déjà certains *steamers* rivalisent en grandeur avec les immenses vaisseaux à trois ponts. Bientôt, peut-être, ils les surpasseront en puissance militaire.

» La navigation fluviale n'est pas non plus restée stationnaire : mille bateaux à vapeur, remarquables par leur commodité, par leur élégance, par la rapidité de leur marche, et principalement par de très-ingénieuses machines, sillonnent en tout sens les rivières des deux mondes.

» Que manque-t-il dans notre pays, pour assurer à cette navigation fluviale une supériorité décidée sur les autres moyens de locomotion et de transport? Une seule chose, peut-être : des rivières à niveau moins variable, des rivières qui, en été, en automne, offrent dans leur chenal une profondeur d'eau de plus d'un mètre.

» Des barrages peuvent conduire à ce résultat.

» Qui ne comprend, en effet, que si l'on établissait aujourd'hui, en face

d'Auteuil par exemple, de la rive droite à la rive gauche de la Seine, *un barrage continu*, haut de 2 mètres au-dessus du niveau de la rivière, l'eau ne commencerait à se déverser par-dessus la crête de ce barrage, qu'après avoir monté de 2 mètres, et que cet exhaussement se ferait sentir jusques dans Paris? Un barrage semblable exécuté entre le pont des Arts et le Pont-Neuf, élèverait notablement le niveau de la rivière jusqu'à Bercy, et ainsi de suite. En espaçant ces constructions d'une manière convenable, on aurait sur la rivière une série de nappes liquides échelonnées, où des bateaux d'un bon tirant d'eau pourraient naviguer même en temps de grande sécheresse. Le passage d'une nappe à la nappe immédiatement inférieure ou supérieure, le passage d'un échelon liquide à l'échelon voisin, se ferait commodément par l'intermédiaire d'écluses à sas.

» Les *barrages partiels*, ceux qui au lieu de s'étendre d'une rive à l'autre de la rivière n'embrasseraient qu'une partie de sa largeur, occasionneraient aussi, en amont, un exhaussement du niveau des eaux; mais l'effet serait moins considérable que sous l'action des barrages complets.

» Rendre les rivières navigables en tout temps, même à l'époque des grandes sécheresses, serait une chose assurément très-utile; mais il est bon de songer à la saison des crues; il faut se rappeler que l'effet inévitable des *barrages permanents*, complets ou partiels, est de rendre les débordements plus fréquents et plus désastreux. Sous ce rapport, les piles des ponts elles-mêmes sont quelquefois fort nuisibles.

» Voilà, en peu de mots, ce qui a conduit à l'idée des barrages susceptibles d'être facilement enlevés ou plongés au fond des eaux, des *barrages* appelés *mobiles*, destinés à rester en place pendant la sécheresse, et à disparaître au moment des crues.

» Le système de barrage que M. l'ingénieur en chef Thenard a soumis à l'approbation de l'Académie, appartient à la catégorie des barrages mobiles. Il a été déjà appliqué sur un des affluents de la Dordogne; sur une rivière, l'Isle, dont le débit est de 10 mètres cubes, seulement, par seconde, à l'étiage; de 85 mètres en eaux moyennes; de 242 mètres quand elle coule à pleins bords; de 500 à 600 mètres dans les plus fortes crues.

» Appelé par ses fonctions à diriger, à perfectionner la navigation d'une rivière si variable; n'ayant d'ailleurs à sa disposition que de faibles ressources, M. Thenard s'imposa ces deux conditions rigoureuses :

» Il faudra que l'abaissement et le relèvement du barrage s'opèrent en un petit nombre de minutes; un seul homme, le gardien de l'écluse, devra pouvoir faire la double opération sans courir aucun danger.

» Essayons de caractériser d'une manière générale la conception de M. l'ingénieur Thenard. Nous nous occuperons ensuite, s'il y a lieu, de la construction du barrage et des manœuvres; nous descendrons aux détails.

» Concevons, de nouveau, que la Seine soit barrée d'une rive à l'autre à l'aide d'une porte en bois verticale, de 2 mètres de haut, liée par des charnières en métal (par des gonds), à des longrines placées les unes à la suite des autres au fond de la rivière. Les longrines seront *fixées* au radier en maçonnerie dont il faut supposer que le fond de la Seine est recouvert.

» La porte, d'après la disposition des charnières, ne peut s'abattre que d'amont en aval. Pour la maintenir dans la position verticale, pour l'empêcher de céder à la pression, au choc de l'eau d'amont, il faudra évidemment la soutenir vers l'aval par des arcs-boutants, par des jambes-de-force prenant leur point d'appui sur le radier. On se fera une idée suffisante de ce que peuvent être ces arcs-boutants, en se rappelant le petit mécanisme dont les ébénistes font usage pour soutenir, sous des inclinaisons variées, certains miroirs de toilette et certains pupitres.

» Veut-on maintenant que le barrage disparaisse?

» Il suffira de soulever un tant soit peu les jambes-de-force, d'ôter leurs extrémités inférieures des entailles au fond desquelles elles arc-boutaient; aussitôt la pression du liquide fera tourner la porte, d'amont en aval, autour des charnières horizontales noyées, et la couchera sur le radier.

» De prime abord, rien de plus simple, de plus satisfaisant que la manœuvre qui vient d'être décrite; mais, cette première impression disparaît quand on réfléchit à l'obligation d'aller soulever, une à une, toutes les jambes-de-force. Est-ce en bateau qu'on ira faire l'opération? est-ce en amont? est-ce en aval? On ne peut songer à marcher sur l'épaisseur de la porte, puisqu'elle est recouverte par la nappe liquide qui se déverse d'amont en aval. De quelque manière qu'on envisage la question, on aperçoit difficulté et danger.

» En fait de difficultés, la principale consisterait à ramener *la porte couchée*, de la position horizontale à la position verticale; à vaincre, par les efforts d'un seul homme, l'action impulsive de l'eau sur *une si immense palette*. Il est vrai que, cette palette, on la pourrait fractionner, la diviser en un certain nombre de parties susceptibles d'être abaissées et relevées séparément. L'expédient serait assurément très-utile; mais où l'éclusier irait-il prendre ses points d'appui pour opérer tous les soulèvements partiels?

» Supposons que d'après la disposition des charnières, au lieu de se rabattre *d'amont en aval*, comme nous l'avons d'abord admis, la porte, continue ou fractionnée, ne puisse tourner à partir de la position verticale, ne

puisse tourner pour se coucher au fond de l'eau, que d'*aval en amont*. Les difficultés des manœuvres seront, pour la plupart, l'inverse de celles qui viennent de nous occuper.

» Dans le premier cas, la porte une fois couchée au fond de l'eau vers l'aval, y restait par l'effet de la seule impulsion de la masse liquide descendante. Dans le second cas, il faudrait l'y maintenir par un mécanisme, lors même qu'à raison de ses ferrures elle aurait une pesanteur spécifique un peu supérieure à celle de l'eau; sans ce mécanisme, le courant souleverait la porte en la prenant par-dessous.

» La porte, susceptible de se rabattre d'*amont en aval*, ne se maintenait dans la verticale, ne résistait dans cette position à l'impulsion de l'eau descendante, qu'à l'aide des jambes-de-force dont il a été parlé. Rien de pareil ne serait nécessaire, quant à la porte qui se rabattrait d'*aval en amont*. Une fois amenée à la verticale, l'impulsion de l'eau tendrait à l'y maintenir, disons mieux, à la faire passer au delà. Cette tendance à dépasser la position verticale vers l'aval devrait même être combattue, soit à l'aide d'une disposition appropriée des charnières, soit, plus convenablement encore, avec une chaîne bifurquée attachée par deux de ses bouts à la porte, et par le troisième bout au radier, en amont.

» Après le soulèvement partiel des arcs-boutants, la première porte se rabattait d'elle-même; il ne fallait d'effort que pour la relever.

» La seconde porte, au contraire, se relèverait d'elle-même; un effort ne serait nécessaire que pour la rabattre contre l'action du courant.

» Ce sont ces propriétés, comparativement inverses, dont M. Thenard a tiré ingénieusement parti: c'est en composant son barrage des deux systèmes accouplés; c'est en plaçant sur deux lignes parallèles, à quelques centimètres de distance, les portes susceptibles de se rabattre seulement en aval, et les portes susceptibles de se rabattre seulement en amont, qu'il a vaincu des difficultés très-graves inhérentes à chaque système, pris isolément.

» La manœuvre du double système sera maintenant facile à décrire.

» Le barrage est entièrement effacé; le gardien de l'écluse, à l'arrivée d'une crue, a couché toutes les portes. La crue est passée; il faut relever les portes d'aval, celles qui, pendant les sécheresses, doivent exhausser le niveau de la rivière.

» Écartons le mécanisme qui fixe les portes d'amont au radier. Le courant les soulève et les amène à la position verticale, position qu'elles ne peuvent pas dépasser, soit à raison de leurs talons, soit parce que chacune d'elles est

retenue, comme nous l'avons déjà dit, par une chaîne bifurquée, alors tendue, dont deux des bouts sont fixés à la partie supérieure de la porte, et le troisième au radier.

» Quand cette première série de portes barre entièrement la rivière, les portes d'aval peuvent être soulevées une à une sans des tractions trop considérables, car de ce côté et à ce moment le courant est *momentanément* supprimé. Le gardien du barrage, *armé d'une gaffe*, exécute cette seconde opération en se transportant le long d'un pont de service qui couronne les sommités des portes d'amont. Au besoin, il s'aide d'un petit treuil mobile. Du haut de son pont léger, il s'assure que les jambes-de-force des portes d'aval sont convenablement placées, qu'elles arc-boutent par leurs extrémités inférieures, dans les repères du radier.

» Ceci fait, le moment est venu d'abattre les portes d'amont : elles ne devaient, en effet, servir qu'à rendre la manœuvre des portes d'aval exécutable, qu'à permettre à un seul homme de les soulever.

» Le gardien introduit l'eau par de petites ventelles, entre les deux séries de portes. Elle s'y trouve bientôt aussi élevée qu'en amont. Or, dans le liquide devenu à peu près stagnant, il doit suffire d'un effort médiocre pour faire tourner les portes d'amont autour de leurs charnières horizontales immergées, pour les précipiter d'aval en amont, de telle sorte qu'elles aillent frapper le fond du radier et s'y *loqueter*. Les chaînes de retenue dont nous avons parlé contribuent, pour beaucoup, à faciliter ce mouvement.

» On a pu légitimement se préoccuper des dangers que le gardien de l'écluse courrait, en allant et venant le long d'un pont de service reposant sur une série de portes qui, dans un certain moment, ne sont retenues, du côté d'amont, que par un courant d'eau d'une très-faible vitesse. Hâtons-nous donc de dire, qu'à mesure qu'une porte d'aval est soulevée et arc-boutée à l'aide de sa jambe-de-force, M. Thenard la fait lier par un long crochet à la porte correspondante d'amont, ce qui donne au système toute la stabilité désirable.

» Dans la description qu'on vient d'entendre, nous avons d'abord supposé le barrage rabattu ; nous nous sommes occupés ensuite des moyens de le relever ; il nous reste à dire, en détail, comment on revient de cette seconde position à la première.

» Les portes d'aval, nous l'avons déjà expliqué, s'abattent par l'action du courant quand les arcs-boutants sont relevés, ou même seulement quand leurs extrémités ne correspondent plus aux étroites saillies en fer sur lesquelles ils butaient.

» Voyons donc de quelle manière on peut donner à l'extrémité butante, le mouvement latéral qui la portera en dehors de la petite butée en fer.

» Chaque arc-boutant est monté à charnière sur sa porte; il peut ainsi être soulevé indéfiniment, et recevoir, de plus, *un léger mouvement giratoire latéral*. Ce mouvement giratoire, l'éclusier le donne à l'aide d'une sorte de crémaillère en fer, *glissant sur le radier*, un tant soit peu en amont des pieds des arcs-boutants, et pouvant, par l'intermédiaire d'une denture convenable, être manœuvrée du rivage. Les redans de la barre mobile que nous avons appelée une crémaillère, sont espacés de telle sorte qu'ils ne dévient les extrémités des arcs-boutants, qu'ils ne les font échapper aux saillies en fer, aux butées, que les uns après les autres : les portes s'abattent donc successivement.

» Chaque porte d'amont est retenue au fond de l'eau, à l'aide d'un loquet à ressort fixé à sa partie inférieure et s'accrochant à un mentonnet en fer, attaché invariablement à une des longrines liées au radier. *Le déloquetage* de ces portes s'effectue aussi par l'intermédiaire d'une barre de fer glissante, armée de redans et manœuvrée du rivage avec une manivelle et des roues dentées. Cette barre, en comprimant les ressorts qui tiennent les loquets en place, les décroche successivement, et chaque porte soulevée à son tour par le courant va prendre la position verticale.

» Pour bien apprécier le mérite de l'invention de M. Thenard, il faut, surtout, savoir avec quelle rapidité s'exécutent les manœuvres des deux séries de portes. Voici ce que nous trouvons, à ce sujet, dans un Rapport du mois de juillet 1841, rédigé par MM. Mesnager, Thenard, Vauthier et Kermain-gant :

» A Coly-Lemelette, sur la rivière l'Isle, le barrage a 48 mètres de long, et les portes d'aval 80 centimètres de haut.

» Eh bien, 16 secondes suffirent pour abattre les portes d'aval, pour faire disparaître entièrement le barrage.

» En 20 secondes les portes d'amont furent relevées.

» Enfin, dans le court intervalle de 8 *minutes*, deux hommes abaissèrent les portes d'aval; relevèrent les portes d'amont après les avoir successivement déloquetées; redressèrent les portes d'aval, remirent tous les arcs-boutants en place, et recouchèrent les portes d'amont, ce qui constitue la série entière des opérations. »

» Ici, le radier se trouvait à sec après le relèvement des portes d'amont, et les portes d'aval furent redressées *à la main*, par deux hommes qui, partis des deux rives opposées de la rivière, allaient à la rencontre l'un de l'autre;

en marchant sur la maçonnerie du radier. Cette expérience ne fait donc pas connaître ce que la manœuvre complète destinée à relever le barrage peut exiger de temps, lorsque l'éclusier agit sur les portes d'aval avec son petit treuil, transporté successivement en divers points *du pont de service*. Les documents, remis à la Commission par M. Thenard, nous permettront de combler cette lacune.

» Le 9 juillet 1843, MM. Mesnager, Thenard, Spinasse, Silvestre et Vergne, tous ingénieurs des ponts et chaussées, constatèrent, au barrage mobile du Moulin-Neuf, sur la rivière l'Isle, que les sept portes d'aval, de 1^m,7 de haut et de 1^m,2 de large, étaient abattues en une demi-minute; que le relèvement des sept portes d'amont n'exigeait pas plus de temps; qu'un homme armé du petit treuil portatif et placé sur le pont de service, employait onze minutes à relever les sept portes d'aval et à établir les arcs-boutants; que le même homme, enfin, recouchait et loquettait les sept portes d'amont en huit minutes.

» Il nous serait facile de trouver dans d'autres procès-verbaux, des exemples de manœuvres encore plus rapides.

» L'Académie aura, sans doute, remarqué que les parties les plus délicates, dans le barrage mobile de M. Thenard, que les charnières des portes, les loquets à ressorts, les crémaillères glissantes, situées soit en amont, soit en aval, fonctionnent au fond de l'eau. On peut donc craindre que ces organes essentiels du nouveau barrage se couvrent de vase, de gravier; que souvent ils agissent difficilement; que même, dans certaines circonstances, on ne réussisse pas à faire glisser les crémaillères destinées à déloquetter les portes d'amont, et à pousser hors de leurs butées les extrémités des arcs-boutants des portes d'aval.

» Cette difficulté nous a paru très-grave. M. Thenard, à qui nous l'avons soumise, a répondu :

» Que les portes d'aval de son barrage ne sont jamais soulevées jusqu'à la verticale; qu'elles restent un peu inclinées; que les filets du courant qui vont les frapper, se relèvent le long des faces d'amont et entraînent avec eux le sable et même le gravier; que l'expérience a confirmé cette explication; que les chutes rapides de liquide qui s'opèrent au moment où la cloison du barrage disparaît, produisent des effets très-intenses; qu'elles entraînent même les grosses pierres, de telle sorte qu'il devient nécessaire de garantir le radier, en amont et en aval, contre les affouillements.

» M. Thenard a d'ailleurs adapté à ses portes d'aval de petites ventelles qui peuvent être manœuvrées à la main, et à l'aide desquelles il fait chasse à volonté dans la direction même des coulisses des arcs-boutants et des butées dont nous avons si souvent parlé.

» L'Académie vient d'entendre, quant aux portes d'aval, le résumé des observations de l'auteur du Mémoire. Des rapports que nous avons sous les yeux disent que les sables, les graviers, les herbes, les branchages n'ont jamais apporté d'obstacle sérieux à la manœuvre des portes d'amont. En pareille matière, les faits doivent évidemment tout primer; cependant, nous l'avouerons sans détour, nous eussions désiré trouver dans le barrage, soit des dispositions mécaniques propres à empêcher les corps étrangers d'aller gêner l'action des principaux organes mobiles, soit des moyens *directs* et d'un effet non douteux, d'enlever la vase, le sable, le gravier qui pourraient, dans certaines circonstances, envahir les charnières des portes, les loquets, les deux longues barres glissantes armées de mentonnets, les glissoirs et les butées des jambes-de-force, enfin les engrenages. C'est ici, théoriquement du moins, le côté un peu faible du système; c'est la seule objection qui nous ait vraiment préoccupés. Nous espérons qu'elle disparaîtra bientôt: nous en avons pour garant l'esprit inventif de M. l'ingénieur Thenard.

» Les barrages mobiles, essayés jusqu'ici, étaient plutôt des *expédients* que des mécanismes proprement dits. Personne ne pouvait les considérer comme des solutions définitives d'un des plus importants problèmes de la navigation fluviale. Il serait donc superflu de les comparer à l'invention de M. Thenard. Qui n'a d'ailleurs remarqué, par exemple, que les portes pleines du nouveau système procurent une retenue des eaux presque parfaite, tandis que la fermeture à l'aide d'aiguilles juxtaposées, adoptée jadis dans certaines écluses et appliquée plus en grand depuis quelques années, laisse filtrer d'immenses quantités de liquide; qui n'a songé encore, qu'en cas de crue subite, les portes de M. Thenard peuvent être abattues en peu de secondes, de jour *comme de nuit*, sans que l'éclusier coure aucun risque, tandis que l'enlèvement des aiguilles juxtaposées serait, dans certaines circonstances, une opération des plus dangereuses, et, ne saurait vraiment être exécutée avec sûreté que par d'habiles et vigoureux acrobates.

» Les chemins de fer ont déjà considérablement réduit, en Angleterre, le cabotage, les transports par les canaux et la navigation sur les rivières. Pareille chose arrivera probablement en France. Il semble donc que l'invention de M. Thenard vienne trop tard, qu'elle ne puisse avoir aujourd'hui qu'un intérêt médiocre.

» Cette opinion serait très-controversable, même au point de vue strict de la navigation fluviale; mais ne faut-il pas considérer que les barrages rendraient les irrigations faciles, dans d'immenses étendues du territoire au-

jourd'hui privées de ce bienfait? Doit-on oublier qu'à l'aide d'irrigations convenablement dirigées, il serait possible, presque partout, de doubler, de tripler les récoltes? que les produits agricoles sont les éléments les plus précieux, les plus constants, les plus assurés de la richesse nationale?

» L'exhaussement graduel du lit des rivières est une des calamités contre lesquelles les hommes ont vainement lutté jusqu'ici. Procéder par curage manuel, ce serait se jeter dans des dépenses sans terme. Les barrages mobiles sont un moyen d'opérer de fortes chasses, de les renouveler tant qu'on veut, de choisir les époques les plus favorables, et nous appelons ainsi les saisons, les mois, les semaines où les eaux sont limpides; ils paraissent donc appelés à jouer un rôle important dans la grande opération dont les affreuses inondations du Rhône et de la Saône n'ont que trop bien montré la nécessité et l'urgence.

Conclusions.

» Le barrage mobile imaginé par M. Thenard, offre, comme nous l'avons expliqué, des combinaisons nouvelles très-ingénieuses. Il a d'ailleurs fonctionné avec succès, pendant plusieurs années, sur divers points de la rivière l'Isle. La Commission n'hésite donc pas à proposer à l'Académie de lui accorder son approbation.

» Il nous paraît bien désirable que M. l'ingénieur Thenard soit mis en position d'essayer son système sur un de nos cours d'eau les plus larges. Ce vœu peut être justifié en quelques mots :

» Les barrages de l'Isle ont laissé plusieurs questions indécises.

» Personne, par exemple, ne connaît aujourd'hui la longueur maximum qu'il serait permis de donner aux crémaillères glissantes destinées à agir sur les portes d'amont et d'aval; personne n'oserait affirmer catégoriquement, que les plus vastes barrages pourraient, comme le croit l'auteur du *Mémoire*, être partagés en intervalles de 40 à 50 mètres, séparés par des piles fixes en maçonnerie, et présentant chacun un mécanisme indépendant; personne ne sait à quelle limite on devra fixer la plus grande hauteur des portes, et par conséquent des retenues, soit à raison des facilités de la manœuvre, soit afin d'éviter des chocs destructeurs au moment où les portes arrivent au terme de leurs mouvements; personne ne saurait dire d'avance quels seront les effets, sur tant de pièces submergées, des actions calorifiques, encore assez mal définies, qui donnent lieu dans les rivières à la production des *glaces de fond*, etc., etc.

» M. Thenard, mieux que tout autre ingénieur, pourra dissiper ces doutes.

Si de nouvelles expériences autorisaient à généraliser ce qui a si bien réussi sur l'Isle, d'immenses volumes d'eau que les nuages versent, en toute saison, sur les croupes dénudées des montagnes, n'iraient pas, comme aujourd'hui, se réunir aux flots de la mer, sans avoir, dans leur course, rien produit d'utile; le commerçant verrait ses marchandises circuler *régulièrement* jusqu'au centre du royaume; des chômages périodiques n'entraveraient plus ses opérations; le manufacturier trouverait dans des milliers de cascades artificielles, une force motrice puissante et économique; l'agriculteur, celui du Midi surtout, serait à jamais soustrait aux influences ruineuses des sécheresses; ses récoltes deviendraient plus abondantes, et, ce qui doit figurer peut-être en première ligne, elles varieraient beaucoup moins d'une année à l'autre, quelles que fussent d'ailleurs les perturbations udométriques que le cours des mêmes saisons présente dans nos climats.

» Avec une si brillante perspective devant les yeux, l'administration publique serait inexcusable, si elle ne se livrait point à des essais, même aventureux. Or, tel n'est pas, tant s'en faut, le caractère de l'expérience que la Commission appelle de tous ses vœux. On peut conjecturer, en effet, avec une grande probabilité, qu'à l'aide de quelques modifications, les barrages éprouvés avantageusement en divers points du cours de l'Isle, réussiraient également sur nos plus grandes rivières. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES LUS.

CHIMIE. — *Note sur la formation des hydrogènes phosphorés; par*
M. PAUL THENARD.

(Commission précédemment nommée.)

« Dans mon premier Mémoire, j'ai traité des causes de l'inflammabilité du gaz hydrogène phosphoré, j'ai montré qu'il devait cette propriété à une très-petite quantité de vapeur d'un phosphure d'hydrogène liquide spontanément inflammable, et facilement décomposable en hydrogène phosphoré gazeux, et en hydrure de phosphore solide.

» L'analyse des phosphures d'hydrogène et l'étude de leurs propriétés étant terminées, pour arriver à la théorie de leur formation, il me restait à examiner la nature et la composition du phosphure de chaux, dont j'ai toujours fait usage, ainsi que la production des produits très-variés qu'on obtient en traitant ce phosphure par l'eau ou par l'acide chlorhydrique.

» 1°. Si l'on fait passer, soit sur des boulettes, soit sur des plaques minces de chaux incandescente, de la vapeur de phosphore, on obtient une augmentation de poids toujours proportionnelle; la chaux ne se sature donc pas plus à la surface qu'au centre, et la combinaison qu'elle forme avec le phosphore est constante.

» 2°. En calculant l'augmentation de poids que prend la chaux après la saturation, en observant la quantité d'oxygène qui s'unit au phosphore de chaux pour le transformer en phosphate; enfin, en déterminant la nature de ce phosphate, on trouve, par trois méthodes différentes qui se contrôlent réciproquement, que le phosphore de chaux est une combinaison de 1 équivalent de phosphore avec 2 de chaux, $P Ca^2O^2$.

» 3°. Cette formule n'est que l'expression brute de la somme des éléments qui entrent dans le phosphore de chaux; il est certain, à priori, qu'ils sont autrement combinés.

» De savants chimistes ont adopté que le phosphore de chaux était une combinaison de phosphate et de phosphore de calcium; ils ont admis que la chaux, en s'unissant au phosphore, se décomposait en partie: l'oxygène se portait sur du phosphore pour faire de l'acide phosphorique, et, par suite, du phosphate de chaux, et le calcium se combinait avec une autre quantité de phosphore pour produire du phosphore de calcium. Ce fait était devenu certain après un Mémoire de M. Gay-Lussac sur la formation des phosphures et des sulfures alcalins; mais il y avait un point important sur lequel, peut-être, on n'avait pas assez insisté: la nature du phosphate, et surtout du phosphore, n'avait point été assez mise en évidence; seulement on avait admis en général, et par analogie, que le phosphate était neutre ou basique, et que le phosphore correspondait au gaz hydrogène phosphoré; cependant il était essentiel de déterminer exactement la composition du phosphore de calcium pour être éclairé sur le mode de formation des hydrogènes phosphorés; si on l'eût connue plus tôt, il est probable que la question de l'inflammabilité ne serait pas restée si longtemps dans le doute.

» C'est en me rendant un compte exact de l'action de l'acide chlorhydrique sur le phosphore de chaux que je suis arrivé à connaître la nature du phosphate et du phosphore de calcium qui le composent.

» 1°. En projetant peu à peu du phosphore de chaux dans l'acide chlorhydrique concentré, on dissout le phosphate de chaux existant, et l'on obtient, par la décomposition du phosphore de calcium, du gaz hydrogène phosphoré non spontanément inflammable, du phosphore d'hydrogène so-

lide, et du chlorure de calcium; quand la réaction est terminée, si l'on filtre la liqueur et si l'on y verse de l'ammoniaque, on en précipite tout l'acide phosphorique à l'état de phosphate de chaux des os, qu'il est facile de recueillir et de peser.

» Il est impossible, dans cette expérience, qu'en présence du phosphure d'hydrogène solide et sans production d'acide hypophosphoreux, il se forme de l'acide phosphorique; celui qu'on trouve préexiste donc dans le phosphure; il a pris naissance au moment de l'union de la chaux avec le phosphore.

» 2°. Cependant il était important de déterminer les quantités de phosphure d'hydrogène solide et gazeux qui se forment quand on traite le phosphure de chaux par l'acide chlorhydrique. J'ai donc repris l'expérience précédente; mais au lieu de filtrer la liqueur pour en séparer le phosphure d'hydrogène solide, je l'ai transformé en acide phosphorique, en ajoutant de l'acide nitrique; et, dès lors, saturant la dissolution d'ammoniaque, il s'est précipité précisément deux fois autant de phosphate des os que dans le premier cas; ce qui fait voir que 7 équivalents de phosphure de chaux contiennent 2 équivalents de phosphore à l'état d'acide phosphorique, et 5 à l'état de phosphure de calcium, et que ceux-ci, sous l'influence de l'acide chlorhydrique, se partagent pour donner 1 équivalent de phosphure d'hydrogène solide et 3 de phosphure d'hydrogène gazeux, comme s'ils provenaient du dédoublement de 5 équivalents du phosphure d'hydrogène liquide.

» Mais, en appliquant les lois de la formation des phosphures alcalins, il est facile de voir que sur les 14 équivalents de chaux qui entrent dans 7 équivalents de phosphure de chaux, 10 sont décomposés; l'oxygène s'unit à 2 équivalents de phosphore pour faire l'acide phosphorique, et le calcium se combine avec le phosphore qui reste pour produire le phosphure de calcium.

» En sorte que le phosphure de chaux est un mélange à proportion définie de 2 équivalents de phosphate de chaux, et 5 équivalents de phosphure de calcium, tous deux correspondants au phosphure d'hydrogène liquide, et non pas au phosphure d'hydrogène gazeux :



» Si l'on ajoute que le phosphure d'hydrogène solide, sous l'influence de l'eau et d'un alcali, se transforme à froid en hypophosphite, hydrogène phosphoré et hydrogène libre; si l'on remarque que l'acide chlorhydrique trans-

forme subitement le phosphure liquide en gaz hydrogène phosphoré et en phosphure d'hydrogène solide, il sera facile alors d'expliquer les phénomènes variés que présente le phosphure de chaux dans son contact avec l'eau et l'acide chlorhydrique.

» 1°. L'eau et le phosphure de chaux produisent d'abord du phosphure d'hydrogène liquide et de la chaux, presque sans l'apparence d'hypophosphite : aussi la liqueur devient-elle très-alcaline ;

» 2°. Comme le phosphure d'hydrogène liquide est très-instable, surtout en présence de la chaux, il se transforme en gaz hydrogène phosphoré spontanément inflammable, et en phosphure d'hydrogène solide ;

» 3°. A mesure que l'action se développe et que la quantité de chaux augmente, le gaz devient de moins en moins spontanément inflammable, et contient de plus en plus d'hydrogène, parce que le phosphure d'hydrogène solide disparaît sous l'influence de l'eau et de l'alcali ;

» 4°. Dès lors la liqueur, qui renfermait d'abord peu d'hypophosphite, en est très-chargée : on peut le recueillir en la filtrant et évaporant.

» Les phénomènes que présente le phosphure de chaux avec l'acide hydrochlorique s'expliquent avec autant de facilité ; ce phosphure est-il projeté dans l'acide concentré, le phosphure d'hydrogène liquide est, partout où il se forme, décomposé tout à coup et transformé en gaz hydrogène phosphoré non spontanément inflammable, et en phosphure d'hydrogène solide qui se maintient, parce que le milieu est acide au lieu d'être alcalin ; alors il n'y a ni dégagement d'hydrogène libre ni formation d'hypophosphite.

» L'acide est-il très-étendu, alors le phosphure d'hydrogène liquide n'est plus décomposé aussi vite, et le gaz passe spontanément inflammable. En un mot, je ne crois pas trop m'avancer en disant que tous les phénomènes connus, du moins jusqu'à présent, peuvent recevoir une explication très-satisfaisante au moyen des observations qui précèdent ; qu'on la trouve tout entière dans la composition du phosphure de calcium, dans la formation et la décomposition spontanée du phosphure d'hydrogène liquide, et dans l'action des alcalis sur le phosphore d'hydrogène solide. »

CHIMIE. — *Sur les acides amidés, chloramidés, etc., et sur la chloranilamide ; par M. AUG. LAURENT.*

« J'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, il y a un an environ, une théorie sur les singulières combinaisons que forme l'ammoniaque anhydre

avec les acides, les chlorides, les bromides, les cyanides, ... anhydres. Cette théorie a paru trop bizarre pour mériter d'être prise en considération ; d'ailleurs, lorsque je l'ai émise, elle n'avait aucune preuve positive en sa faveur. Cependant je n'ai pas hésité à la publier, parce qu'elle groupait, d'une manière très-simple, une foule de combinaisons qui, jusqu'à ce jour, ont été mal définies, mal interprétées, et parce qu'elle était une conséquence nécessaire d'un système plus général que j'ai émis sur les combinaisons organiques.

» Aujourd'hui j'apporte des preuves irréfutables à l'appui de cette théorie nouvelle. Ces preuves paraîtront plus fortes si je dis qu'elles sont tirées de faits qui lui semblaient contraires ; qu'à l'aide de cette théorie j'avais annoncé que ces faits étaient basés sur des analyses inexactes, en indiquant en même temps les corrections que ces analyses devraient subir pour qu'elles vinssent corroborer mes idées.

» Voici la loi qui préside à ces combinaisons :

» 1°. Toutes les fois que l'on met un anhydride (je désigne sous ce nom des composés que je ne considère pas comme des acides, et que l'on regarde ordinairement comme des acides anhydres oxydés, chlorés ou bromés, ...), toutes les fois, dis-je, que l'on met un anhydride en contact avec l'ammoniaque, il y a toujours au moins 2 équivalents de ce gaz qui se combinent avec l'anhydride ;

» 2°. Un de ces équivalents joue le même rôle que l'eau, c'est-à-dire que le premier équivalent d'ammoniaque forme un composé analogue aux véritables acides, dits hydratés, composé que je nommerai *acide amidé* ou *chloramidé*. . . ;

» 3°. Le second équivalent d'ammoniaque se combine avec l'acide amidé pour former un sel d'ammonium analogue au chlorure, au nitrate, au sulfate, ... d'ammonium ;

» 4°. Deux, trois, quatre, . . . équivalents d'anhydride peuvent se réunir en un seul groupe qui se comporte avec l'ammoniaque comme un seul équivalent d'anhydride ;

» 5°. Si l'anhydride absorbe plus de 2 équivalents d'ammoniaque, l'excès de celle-ci jouera le rôle de l'eau de cristallisation dans les sels, à moins que l'acide amidé qui se forme ne soit polybasique.

» Le tableau suivant permettra de saisir facilement cette théorie :

» Soit BO^3 et BCl^3 un anhydride oxydé ou chloré ; représentons l'ammoniaque, jouant le rôle de l'eau, par HAD , analogue à HO ; nous aurons d'abord avec un équivalent d'eau ou d'hydrure d'amide,

Acide anhydre.... $\text{BO}^3 + \text{HO} = \text{BH}, \text{O}^4 \dots$ Acide hydraté.

Acide anhydre.... $\text{BO}^3 + \text{HAd} = \text{BH}, \left. \begin{smallmatrix} \text{O}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} \dots$ Acide amidé.

Chloride..... $\text{BCl}^3 + \text{HAd} = \text{BH}, \left. \begin{smallmatrix} \text{Cl}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} \dots$ Acide chloramidé.

Avec le deuxième équivalent d'ammoniaque, on aura

Acide hydraté.... $\text{BH}, \text{O}^4 + \text{H}^3 \text{Az} = \text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) + \text{O}^4 \dots$ Sel ordinaire d'ammonium.

Acide amidé.... $\text{BH}, \left. \begin{smallmatrix} \text{O}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} + \text{H}^3 \text{Az} = \text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) + \left. \begin{smallmatrix} \text{O}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} \dots$ Sel amidé d'ammonium.

Acide chloramidé. $\text{BH}, \left. \begin{smallmatrix} \text{Cl}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} + \text{H}^3 \text{Az} = \text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) + \left. \begin{smallmatrix} \text{Cl}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} \dots$ Sel chloramidé d'ammonium.

Avec un plus grand nombre d'équivalents d'eau ou d'ammoniaque, on aura

Sel ordinaire. . $\text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) \text{O}^4 + x \text{HO} \dots$ Sel ordinaire hydraté.

Sel ordinaire... $\text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) \text{O}^4 + x \text{HAd} \dots$ Sel ordinaire amhydraté.

Sel amidé..... $\text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) \left. \begin{smallmatrix} \text{O}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} + x \text{HAd} \dots$ Sel amidé amhydraté.

Sel chloramidé. $\text{B}(\text{H}^4 \text{Az}) \left. \begin{smallmatrix} \text{Cl}^3 \\ \text{Ad} \end{smallmatrix} \right\} + x \text{HAd} \dots$ Sel chloramidé amhydraté.

» Si cette théorie est vraie, il faudra :

» 1°. Isoler quelques-uns de ces acides amidés ou chloramidés ;

» 2°. Combiner quelques-uns de ces acides avec d'autres bases que l'ammoniaque ;

» 3°. Faire voir que, dans les combinaisons à 2 équivalents d'ammoniaque, il y en a un qui y est sous une forme, l'autre sous une autre ; ou, si l'on veut, que l'un de ces équivalents y est à l'état d'ammonium, tandis que l'autre y est à l'état d'amide.

» M. Erdmann, en traitant le chloranil par la potasse, a obtenu un sel que l'on peut représenter ainsi

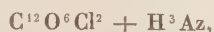


c'est le chloranilate de potasse dont on peut séparer l'acide chloranilique hydraté $= \text{C}^{12} \text{O}^6 \text{Cl}^2 + 2 \text{HO}$.

» Si, au lieu de traiter le chloranil par la potasse, on emploie l'ammoniaque, on obtient un composé que M. Erdmann a nommé chloranilammon (par analogie avec le sulfammon). Sa formule est



elle représente une combinaison de 1 équivalent d'acide chloranilique anhydre avec 2 équivalents d'ammoniaque. M. Erdmann ne considère pas ce composé comme un sel d'ammonium. Lorsqu'on le traite par l'acide hydrochlorique, la moitié de l'ammoniaque est enlevée, et il reste du chloranilam



qui est une combinaison de 1 équivalent d'acide anhydre avec 1 équivalent d'ammoniaque anhydre.

» Enfin, lorsque l'on verse du nitrate d'argent dans du chloranilam ou du chloranilammon, il se précipite un sel que l'on peut considérer comme du chloranilate d'argent $\text{C}^{12}\text{O}^6\text{Cl}^2 + \text{OAg}$, mais qui cependant ne possède pas les propriétés des véritables chloranilates.

» Lorsque le Mémoire de M. Erdmann parut, j'ai dit que l'analyse du sel d'argent avait dû être mal faite, que l'on aurait dû y trouver de l'hydrogène et de l'azote, en un mot que sa composition devait être



Je viens de reprendre le travail de M. Erdmann; j'ai trouvé ses analyses exactes, excepté celle que j'avais soupçonnée, et je suis arrivé précisément au résultat que j'avais prévu.

» J'ajouterai seulement qu'avec le sel d'argent j'ai régénéré le chloranilam, et qu'avec celui-ci et l'ammoniaque j'ai pu refaire immédiatement le chloranilammon.

» Il en résulte donc :

» 1°. Que le chloranilam est un acide chloramidé libre, formé par l'union de 1 équivalent d'acide anhydre avec 1 équivalent d'ammoniaque ;

» 2°. Que le chloranilammon est un sel d'ammonium formé par l'union de 1 équivalent d'acide anhydre avec 2 équivalents d'ammoniaque ;

» 3°. Que le chloranilammon renferme un de ses équivalents d'ammoniaque à l'état d'ammonium, qui, avec le nitrate d'argent, donne du nitrate d'ammonium et du chloranilate amidé d'argent, et qui, avec l'acide hydrochlorique, forme du chlorure d'ammonium, tandis que le chloranilam ou l'acide *chloranilamique* est mis en liberté ;

» 4°. Que le chloranilam est un acide capable de se combiner avec l'argent, le plomb, etc., et que l'hydrogène et l'azote qu'il renferme n'y sont pas à l'état d'ammoniaque, mais d'amide.

» Ces conclusions sont à l'abri de toute attaque, elles sont basées sur des faits et non sur des hypothèses.

» Maintenant il nous sera facile de déterminer la constitution d'un grand nombre de combinaisons bizarres que l'on rencontre à chaque pas dans la chimie, telles que le sulfammon de M. Rose, le sulfammon de M. Jacquelin, le sulfaméthane, le carbonate anhydre d'ammoniaque, la bisulfamide, l'uréthylane, l'oxaméthylane, l'acide oxamique, le sulfate de chlorure de soufre ammoniacal, l'or fulminant, l'hydrocyanate hydrosulfuré d'ammoniaque, les combinaisons des chlorides, bromides, cyanides, chlorocyanides, ... avec l'ammoniaque, etc.

» Mais, avant de le faire, je crois devoir rappeler l'attention de l'Académie sur deux combinaisons analogues au chloranilam que j'ai découvertes en faisant agir l'ammoniaque sur l'isatine et la chlorisatine. Ces deux derniers composés peuvent être considérés comme les anhydrides des acides isatique et chlorisatique.

» Lorsqu'on les met en contact avec l'ammoniaque, ils se doublent pour former 1 équivalent d'anhydride qui absorbe 1 équivalent d'ammoniaque, et donnent ainsi naissance à un acide amidé et chloramidé, l'acide *isamique* et *chlorisamique*. Ces acides peuvent se combiner avec toutes les bases, ou avec un second équivalent d'ammoniaque pour former un sel d'ammonium.

» Ainsi voilà déjà trois acides libres formés par l'union d'anhydrides avec l'ammoniaque. Si l'on n'en connaît pas un plus grand nombre, c'est parce que jusqu'à ce jour personne n'a songé à les isoler, ou bien parce que l'on a mal interprété les résultats obtenus.

» Si l'on découvrait aujourd'hui l'acide oxalique anhydre, et si on le combinait avec l'ammoniaque anhydre, on ne manquerait pas de donner au nouveau composé le nom d'*oxammon*. Cet oxammon, traité par l'acide hydrochlorique, perdrait la moitié de son ammoniaque, et le résidu se nommerait *oxam*.

» Or ces deux composés, l'oxam et l'oxammon, existent, et si l'on n'en a pas méconnu la nature, c'est-à-dire si le premier a été considéré comme un acide et le second comme un sel d'ammonium, cela tient simplement à ce qu'on ne les a pas préparés directement avec l'acide oxalique et l'ammoniaque, mais par des moyens très-détournés qui ont masqué leur constitution.

» En effet, l'oxam n'est autre chose que l'acide oxamique de M. Balard,

correspondant au chloranilam (ou acide chloranilamique), tandis que l'oxammon est l'oxamate d'ammonium correspondant au chloranilammon.

» Le sulfammon de M. H. Rose correspond à l'isamate, à l'oxamate et au chloranilamate d'ammonium. Deux atomes d'acide sulfurique se groupent pour former 1 équivalent d'anhydride qui absorbe d'abord 1 équivalent d'ammoniaque pour donner naissance à un nouvel acide que l'on n'a pas cherché à isoler et que l'on pourrait nommer *acide sulfamique*. Celui-ci absorbe immédiatement un second équivalent d'ammoniaque pour former le sulfammon ou le sulfamate d'ammonium.

» Le sulfammon de M. Jacquelain est un autre sel d'ammonium, mais l'équivalent de son anhydride est formé par la condensation de 4 équivalents d'acide sulfurique.

» Enfin il paraît, d'après des recherches inédites et extrêmement intéressantes de M. Fremy, que 6 et même 8 équivalents d'acide sulfurique pourraient se condenser en un seul équivalent d'anhydride et former avec l'ammoniaque de nouveaux acides sulfamiques.

» Nous retrouvons l'acide sulfamique dans d'autres combinaisons.

» C'est évidemment lui qui forme le sulfaméthane.

» En effet, l'oxaméthane est, comme on le sait, une combinaison d'acide oxamique et de méthyle; le sulfaméthane, analogue à l'oxaméthane, doit être une combinaison d'acide sulfamique et de méthyle.

» L'acide carbonique forme aussi un acide amidé. Le carbonate anhydre d'ammoniaque ne peut pas renfermer de l'acide carbonique, puisqu'en le mettant en contact avec l'acide hydrochlorique gazeux, il ne se dégage pas d'acide carbonique. C'est un *carbamate* d'ammonium. Nous retrouverons cet acide carbamique dans l'uréthylane qui doit être un carbamate de méthyle.

» Il en est de même de l'or fulminant, qui n'est pas un aurammon ou un aurate d'ammoniaque, mais un *auramate* d'ammonium.

» On trouvera peut-être que je pousse l'analogie trop loin en étendant ma théorie à toutes ces combinaisons et à toutes celles que l'on obtient en faisant agir l'ammoniaque sur les chlorides, fluorides,... volatils; en effet, toutes ces combinaisons ont été si peu étudiées, qu'il paraît impossible de voir si ma théorie peut s'y appliquer. Cependant il y a deux faits principaux très-singuliers que l'on a constatés dans tous ces composés. M. Rose a remarqué avec étonnement que l'on ne pouvait plus démontrer la présence des anhydrides dans leur combinaison avec l'ammoniaque, et, de plus, que le chlorure de platine n'en séparait ordinairement qu'environ la moitié de l'ammoniaque

absorbée. Ces deux faits sont la conséquence de ma théorie. En effet, le sulfammon ne renferme pas de l'acide sulfurique, mais de l'acide *sulfamique*. L'oxammon ne renferme pas de l'acide oxalique, mais de l'acide *oxamique*, etc.; et, comme je l'ai fait voir plus haut, il n'y a qu'une partie de l'ammoniaque qui soit, dans ces composés, à l'état d'ammonium.

» Il est inutile de citer un plus grand nombre d'exemples. Les chimistes qui voudront faire des recherches dans cette direction trouveront facilement de nouveaux acides, et pourront doubler en peu de temps le nombre des sels connus.

» Une conclusion importante me paraît résulter forcément de la théorie que je viens d'exposer, c'est que les sels ne sont pas des combinaisons d'acides anhydres avec les oxydes, ou, si l'on veut, que les acides dits hydratés ne renferment pas d'eau. En effet, les acides chloramidés forment avec les oxydes des sels qui ne renferment pas d'oxygène, par conséquent pas d'oxydes; puisque les acides chloramidés ne renferment pas d'eau, il en sera de même pour les acides amidés, et par conséquent pour les acides hydratés. On pourrait répondre que les acides amidés renferment de l'hydrure d'amide au lieu d'hydrure d'oxygène ou d'eau, et que par conséquent les acides ordinaires contiennent de l'eau. Mais cette hypothèse serait contraire à l'expérience, qui démontre que les sels amidés ne renferment pas d'ammoniaque ou d'hydrure d'amide, puisque les acides, les bases ou le chlorure de platine ne peuvent pas déceler dans ces composés la présence de cette ammoniaque.

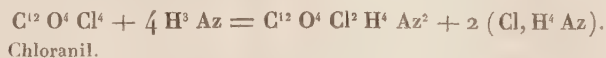
» Tous les acides hydratés et les hydracides anhydres sont simplement des combinaisons d'hydrogène, qui, mises en présence des oxydes, réduisent ceux-ci en formant de l'eau qui se dégage, tandis que le métal vient prendre la place de l'hydrogène enlevé.

» D'après cette définition, tous les sels à hydracide et à oxacide, les sels amidés et chloramidés, rentrent dans une même classe, et l'on n'est pas obligé pour cela de recourir à la théorie de Davy, qui encombre la science d'une quantité innombrable de corps hypothétiques. J'aurais d'autres raisons à faire valoir contre la présence de l'eau dans les acides, raisons tirées d'un autre ordre d'idées, des rapports numériques qu'offrent les atomes dans les acides anhydres et hydratés; mais elles m'éloigneraient trop du sujet principal de ce Mémoire. Je terminerai cet exposé en donnant les propriétés d'un corps très-intéressant qui vient combler une lacune de la série chloranilique, et qui rapproche celle-ci de la série oxalique; je veux parler de l'amide de l'acide chloranilique, ou la chloranilamide.

» On la prépare en versant de l'ammoniaque alcoolique sur le chloranil. Il se forme, sous l'influence d'une douce chaleur, une bouillie d'aiguilles fines, d'un rouge brun bronzé, dont voici la composition :



L'équation suivante explique sa formation :



» La chloranilamide est indécomposable par les acides ; la potasse la dissout à froid sans la décomposer ; par l'ébullition, il se forme du chloranilate potassique, et il se dégage de l'ammoniaque.

» Avec l'acide sulfurique, elle forme une dissolution rouge violacée : une goutte d'eau la fait passer au bleu, une plus grande quantité d'eau la ramène au rouge violacé, puis la chloranilamide se précipite sans altération.

» Si l'on réunissait dans un seul tableau toutes les formules qui ont été proposées pour le sulfammon, la sulfamide, l'oxaméthane, les chlorides ammoniacaux, etc., etc., on aurait l'image du chaos. Mais que l'on groupe ces corps d'après ma théorie, aussitôt les propriétés des corps se comprennent, leurs formules deviennent d'une simplicité remarquable, et entièrement semblables à celles des sulfates, des oxalates, etc. ; pour le prouver, je me contenterai d'établir un parallèle entre quatre ou cinq séries.

SÉRIE CARBONIQUE.		SÉRIE OXALIQUE.		SÉRIE CHLORANILIQUE.		SÉRIE ISATINIQUE.		SÉRIE CHLORISATINIQUE.	
A. Ac. carbon. anhydr. . .	C ² , OO +O ²	Ac. oxal. anhyd. . .	C ⁴ O ² , OO +O ²	Ac. chloran. anhyd. . .	C ¹² O ² Cl ² , OO +O ²	Isatine	(*) RO ² , OO +O ⁴	Chlorisatine. . .	(*) R'O ² , OO +O ⁴
B. Ac. chloro-carb. anhyd. .	C ² , Cl Cl +O ²			Chloranil.	C ¹² O ² Cl ² , Cl Cl +O ²				
C. Ac. carb. sup. hydr. . .	C ² , HH +O ⁶	Ac. oxal. hydr. . .	C ⁴ O ² , HH +O ⁶	Ac. chloran. hydr. . .	C ¹² O ² Cl ² , HH +O ⁶	Ac. isatique. . .	RH ² , HH +O ¹²	Ac. chlorisat. . .	R'H ² , HH +O ¹¹
D. Carbonate d'ammon. . .	C ² , AmAm+O ⁶	Oxal. d'ammon. . .	C ² O ² , AmAm+O ⁶	Chloran. d'ammon. . .	C ¹² O ² Cl ² , AmAm+O ⁶	Isatate d'am. . .	RH ² , AmAm+O ¹²	Chloris. d'am. .	RH ² , AmAm+O ¹²
E. Ac. chloro-carb. hydr. .	C ² , Cl H +O ⁴								
F. Chloro-carb. d'éthyle. .	C ² , Cl E +O ⁴								
G. Ac. carbamique. . . .	C ² , Ad H +O ⁴	Ac. oxam.	C ⁴ O ² , Ad H +O ⁴	Ac. chloranilam. . .	C ¹² O ² Cl ² , Ad H +O ⁴	Ac. isam. (4). .	RO ² , Ad H +O ⁶	Ac. chlorisam. .	R'O ² , Ad H +O ⁶
H. Carbamate d'am. (1) .	C ² , Ad Am+O ⁴	Oxam. d'am. . .	C ⁴ O ² , Ad Am+O ⁴	Chloranilamate. . .	C ¹² O ² Cl ² , Ad Am+O ⁴	Isam. d'ammon. .	RO ² , Ad Am+O ⁶	Chloris. d'am. .	R'O ² , Ad Am+O ⁶
I. Carbam. d'éthyle (2) .	C ² , Ad Et+O ⁴	Oxam. d'éth. . .	C ⁴ O ² , Ad Et +O ⁴						
K. Carbamide. (3)	C ² , Ad Ad+O ²	Oxamide.	C ⁴ O ² , Ad Ad +O ²	Chloranilamide. . .	C ¹² O ² Cl ² , Ad Ad+O ²	Isamide (5) . .	RO ² , Ad Ad +O ⁴	Chlorisamide. .	R'O ² , Ad Ad +O ²

SÉRIE SULFO-CARBONIQUE.		SÉRIE SULFAMIDO-CARBONIQUE.		SÉRIE SULFURIQUE.	
A. Sulfide carbonique. . .	C ² , SS +S ²	Sulf. carb. (7) . .	C ² , Ad S +S ²	Ac. sulfur. anhyd. . .	S ² O ² , OO +O ²
C. Ac. sup. hydrosulfur. .	C ² , HH +S ⁶			Ac. sulfur. hydr. . .	S ² O ² , HH +O ⁶
D. Sulfo-carb. d'ammon. .	C ² , AmAm+S ⁶			Sulfate d'ammon. . .	S ² O ² , AmAm +O ⁶
G. Ac. sulfo-carbam. (6) .	C ² , Ad H +S ⁴	Ac. sup. libr. . .	C ² , Ad H +S ⁴	Ac. sulfamique. . .	S ² O ² , Ad H +O ⁴
H. Sulfo-carbamate (6) . .	C ² , Ad Am+S ²	Sel d'am. (8) . .	C ² , Ad Am +S ²	Sulfamate d'ammon. .	S ² O ² , Ad Am +O ⁴
I.				Sulf. de méth. (9) . .	S ² O ² , Ad Me +O ⁴
K. Sulfo-carbamide. . . .	C ² , Ad Ad+S ²			Sulfamide (6)	S ² O ² , Ad Ad +O ²

(1) Carbonate anhydre d'ammoniaque. (2) Uréthylane. (3) Inconnue. (4) Acide imasatique ou rubidénique. (5) Amasatine. (6) Inconnu. (7) Acide hydro-cyanique hydro-sulfuré. (8) Hydro-cyanate hydro-sulfuré d'ammoniaque (Zeize). (9) Sulfaméthylane.

(*) R = C²²H¹⁰Az. (*) R' = C²²H⁹Cl Az.

M. COULVIER-GRAVIER lit une nouvelle Note sur les *étoiles filantes considérées comme pouvant indiquer d'avance, par leurs changements de directions, les variations atmosphériques.*

L'auteur dépose en même temps un cahier des *observations météorologiques* qu'il a faites à Paris du 1^{er} juin au 27 juillet de cette année, observations qui se lient avec le sujet habituel de ses recherches.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Études de photométrie électrique; par M. A. MASSON.*
Deuxième Mémoire.

(Commission précédemment nommée.)

« Dans ce travail, je me suis proposé de déterminer une des constantes de la formule par laquelle j'ai représenté la loi du développement de la lumière électrique; j'ai essayé d'établir le rapport existant entre les quantités de lumière et de chaleur développées par un même courant électrique.

» Mesurant enfin, par une nouvelle méthode, la sensibilité de l'œil, je crois être parvenu à établir quelques principes nécessaires dans les recherches photométriques.

» Dans mon premier Mémoire, j'ai donné, pour l'expression mathématique du développement de la lumière par les décharges électriques, la formule

$$I = k [1 + m (x - 1)]^2 \frac{s}{r^2 E}.$$

I intensité de la lumière;

k constante dépendant de la nature du circuit et de la substance du condensateur;

s surface du condensateur;

E son épaisseur;

m une constante;

r distance de l'étincelle au photomètre;

x distance d'explosion.

» De nouvelles expériences, entièrement d'accord avec les premières,

ont établi que m étant égale à l'unité, l'intensité des lumières instantanées, comme celle des autres lumières, variait en raison inverse du carré de leur distance au point éclairé, et qu'on devait prendre, pour représenter la loi du développement de la lumière électrique, la formule

$$I = \frac{k x^2 s}{r^2 E}.$$

» Suivant MM. Riess et Harris, x est proportionnel à $\frac{q}{s}$, q représentant la quantité d'électricité accumulée sur un condensateur dont la surface est s ; et comme il résulte de mes expériences que x est aussi proportionnelle à E , on aura donc

$$x = \frac{bqE}{s},$$

et par suite

$$I = \frac{k' q^2 E^2}{s^2} \cdot \frac{s}{E}.$$

» Cette dernière formule, en faisant E constant, représente la loi, découverte par M. Riess, du développement de la chaleur dans un fil traversé par le courant d'une batterie.

» La tension électrique en chaque point d'un condensateur étant, d'après le savant physicien allemand, proportionnelle à x^2 , je crois pouvoir conclure de ses intéressants travaux et des miens les conséquences suivantes :

» 1°. Les quantités de lumière produites par des décharges électriques sont entre elles dans le même rapport que les quantités de chaleur développées dans un fil par le courant dû à la décharge; l'un des effets de l'électricité pouvant alors servir de mesure à l'autre, on conçoit la possibilité de ramener les mesures photométriques et électriques à de simples évaluations thermométriques.

» 2°. Les quantités de lumière et de chaleur développées par des décharges électriques sont proportionnelles à la tension du fluide sur le condensateur, en raison directe de la surface de ce même condensateur, et inversement proportionnelles à son épaisseur.

De la mesure de la sensibilité de l'œil.

» Bouguer a publié, dans son *Traité d'optique*, le résultat de ses expériences sur la sensibilité de son œil.

» Sur un papier éclairé par une bougie, il projetait une ombre légère produite par une seconde lumière de même intensité que la première, mais placée, relativement à la surface éclairée, à une distance beaucoup plus grande que celle-ci. L'éclairement était uniforme pour lui, et par conséquent l'ombre cessait d'être vue sur le fond quand la bougie qui produisait cette ombre était environ huit fois plus éloignée du papier que l'autre; d'où il a conclu qu'entre deux surfaces inégalement éclairées, il ne pouvait pas apprécier une différence d'éclairement plus petite que $\frac{1}{64}$.

» Le procédé que j'ai employé pour mesurer la sensibilité de l'œil est entièrement différent de celui de Bouguer.

» Je prends un disque circulaire de papier blanc de 6 centimètres de diamètre; après avoir tracé un secteur dont la surface est à celle du cercle dans un certain rapport que j'ai fait varier depuis $\frac{1}{60}$ jusqu'à $\frac{1}{120}$, je noircis une partie de ce secteur comprise entre deux cercles concentriques, tellement décrits que la surface de la partie noire est quelquefois égale, d'autres fois plus petite ou plus grande que les parties blanches entre lesquelles elle est comprise. Je place le cercle ainsi préparé sur un appareil convenable, et je le fais tourner avec une vitesse de 200 tours environ par seconde. Dans ce mouvement, la partie noire du secteur décrit une couronne noire qui, superposée aux cercles blancs produits par les autres parties, donne sur le fond l'apparence d'une couronne grise plus ou moins foncée.

» En diminuant les dimensions du secteur, on atteint une limite où l'œil n'aperçoit plus sur le disque qu'une teinte uniforme, malgré la présence de la couronne noire décrite par la portion noire du secteur. Cette limite est aussi celle de la sensibilité de l'œil.

» Supposons en effet que, pour un individu, le cercle paraisse uniformément éclairé quand la surface du secteur est la soixantième partie de celle du cercle, cet individu regarderait comme identiques deux éclairements qui différeraient cependant de $\frac{1}{60}$; car la partie noire du secteur enlevant à la couronne sur laquelle elle se meut la soixantième partie de la lumière qu'elle recevrait sans elle, l'éclairement de cette couronne et celui du fond diffèrent de $\frac{1}{60}$.

» Par de nombreuses expériences, j'ai constaté que :

» 1°. Pour une même personne la sensibilité de l'œil varie très-peu d'un jour à l'autre;

» 2°. Pour des individus différents la sensibilité de l'œil peut varier de $\frac{1}{60}$ à $\frac{1}{120}$ et même au delà; je ne l'ai pas trouvée au-dessous de $\frac{1}{60}$;

» 3°. La sensibilité de l'œil est indépendante de l'intensité de la lumière et

de sa couleur, pourvu que l'éclairement soit suffisant pour lire très-distinctement.

» Sans pouvoir apprécier exactement la sensibilité de l'œil pour des lumières instantanées, j'ai trouvé, et cela est très-important pour mes recherches sur la lumière électrique, que deux individus, ayant la même sensibilité mesurée par l'instrument décrit plus haut, obtenaient les mêmes valeurs, et voyaient par conséquent de la même manière quand ils opéraient avec le photomètre électrique. »

GÉOLOGIE. — *Description géologique et paléontologique des collines de la Tour-de-Boulade et du Teiller, près d'Issoire (Puy-de-Dôme); par M. POMEL.*

(Commission précédemment nommée.)

« Il existe à l'est d'Issoire, sur la rive droite de l'Allier, dit M. Pomel, une longue et étroite colline, dirigée nord-sud, dont le faite accidenté forme des mamelons et des pics coniques de hauteurs diverses, connus sous les noms de Tour-de-Boulade, Puy de Montdoury, d'Ibois et du Teiller. Elle s'élève à peu de distance des pentes inférieures de la chaîne du Forez, et se rattache, au nord, au massif basaltique de la forêt du comté d'Auvergne. Les couches sédimentaires, qui la composent presque en entier, recèlent une foule de débris fossiles d'êtres organisés, et s'y présentent avec des caractères géologiques particuliers et différents de ceux qu'on observe dans les autres cantons du bassin de la Limagne. Les géologues nombreux qui ont étudié les phénomènes géologiques de l'Auvergne ont dit peu de chose sur ces localités, que la plupart d'entre eux n'ont même pas visitées; je me suis proposé en conséquence d'en faire connaître les caractères dans le Mémoire que je sou mets aujourd'hui à l'Académie, Mémoire qui se divise en deux parties, l'une géologique et l'autre paléontologique. »

M. DE PERSIGNY soumet au jugement de l'Académie un travail ayant pour titre : *Mémoire sur les sables du désert et les pyramides d'Egypte et de Nubie.*

D'après la Lettre qui accompagne ce Mémoire, on voit que l'auteur considère les pyramides comme des constructions qui se rattachent toutes à un plan unique, plan qui aurait eu pour objet de protéger les parties cultivées de la vallée du Nil contre l'invasion des sables du désert. Il s'efforce d'abord de prouver, par différentes considérations, que ces gigantesques monuments, bien

qu'ayant servi de sépulture aux souverains qui les firent élever, avaient pour principale destination celle qui vient d'être indiquée, destination qui justifiait suffisamment les sommes immenses employées dans leur construction. En effet, suivant M. de Persigny, on reconnaîtrait, en examinant les directions de la vallée principale et des vallées secondaires, ainsi que la direction des vents dominants, que les pyramides de l'Égypte et de la Nubie ont chacune l'emplacement, les dimensions et l'orientation nécessaires pour représenter, en quelque sorte, les aiguilles d'un barrage unique. Ce barrage, discontinu il est vrai, se trouve disposé de telle sorte que son action n'aurait pas été moins efficace contre l'envahissement des sables, qu'un barrage continu que les circonstances topographiques rendaient évidemment impossible.

Ce Mémoire est renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. Arago, Cordier et Babinet.

M. PIGIS soumet au jugement de l'Académie un dispositif *destiné à prévenir le déraillement des locomotives sur les chemins de fer*, dispositif dont il présente un petit modèle.

(Renvoi à la Commission des chemins de fer.)

CORRESPONDANCE.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fondements de la théorie mathématique de la polarisation mobile*; Lettre de M. LAURENT à M. Arago.

« Je n'ai eu connaissance que fort tard des observations que M. Cauchy a présentées à l'Académie dans la séance du 27 mai dernier, au sujet de la Note que j'ai eu l'honneur de vous adresser sur la cause physique des phénomènes de polarisation mobile. Les considérations développées par ce savant académicien m'ont conduit à examiner de plus près les équations qu'il a données comme propres à représenter les lois de ces phénomènes. J'avouerai d'abord, au risque de détourner toute attention sérieuse des idées que j'ai émises, qu'il me semble résulter de cet examen que j'envisage la théorie mathématique de ce genre de polarisation sous un point de vue qui diffère essentiellement de celui sous lequel M. Cauchy paraît le considérer. Je viens donc poser franchement la question entière, et chercher à en faire comprendre toute l'étendue; ce qui est d'autant plus nécessaire, que je comprends maintenant pourquoi les déductions de la Note du 20 mai doivent paraître peu rigoureuses.

» Lorsqu'un rayon lumineux polarisé rectilignement pénètre normalement dans certains milieux, il donne naissance à deux rayons réfractés polarisés circulairement en sens inverse avec des vitesses différentes. Telle est l'explication du phénomène de la rotation des plans de polarisation donnée par Fresnel; du moins elle est rapportée à peu près en ces termes dans les estimables *Leçons de Physique* du savant M. Lamé. Or chacun des rayons réfractés polarisés circulairement peut être remplacé par deux rayons polarisés rectilignement à angle droit, de façon que le rayon incident peut être considéré comme donnant naissance à quatre rayons réfractés polarisés rectilignement. Maintenant il est important de remarquer qu'il ne résulte nullement de l'explication rappelée ci-dessus, qu'on doive admettre qu'aucun de ces rayons polarisés rectilignement ne pourrait se propager isolément dans les milieux en question supposés indéfinis dans tous les sens; le supposer, c'est faire une hypothèse purement gratuite. Un exemple particulier rendra ceci évident. Considérons à cet effet deux files rectilignes et homogènes de sphères de natures différentes, placées sur le prolongement l'une de l'autre et séparées par un ou plusieurs sphéroïdes de forme quelconque. Admettons que chaque sphéroïde ou sphère ne soit soumis qu'aux actions attractives ou répulsives des sphéroïdes ou sphères qui le précèdent et le suivent immédiatement; c'est ce qui pourra arriver par exemple si l'action réciproque de deux éléments dm , dm' à la distance r est exprimée par une fonction de la forme

$$\frac{dm \cdot dm' \cdot f(r)}{1 + e^{\frac{r-a}{z}}},$$

- a étant une quantité constante positive, du même ordre de grandeur que la distance entre les centres de gravité des deux sphères ou sphéroïdes consécutifs;
- z une quantité positive infiniment petite;
- $f(r)$ une fonction dont toutes les valeurs correspondant aux valeurs de r supérieures à a sont finies.

Les équations des mouvements vibratoires du système des deux files ainsi constitué, se présenteront sous la forme d'équations aux différences mêlées et en nombre limité, qui permettront de déterminer rigoureusement la nature des mouvements réfléchis et réfractés. Or il est facile de reconnaître que, dans certains cas, un mouvement incident polarisé rectilignement, se propa-

geant dans l'une des files de sphères, acquiert des propriétés nouvelles en traversant le système de sphéroïdes interposé, de manière à produire dans la seconde file un mouvement réfracté polarisé elliptiquement ou circulairement. Il est bien évident que de l'observation de ce dernier on ne pourrait conclure que, dans la seconde file, il ne peut se propager que de tels mouvements. Si l'on formulait dans ce cas les équations différentielles du mouvement par la méthode inverse de M. Cauchy, on n'obtiendrait que des équations particulières auxquelles doivent satisfaire les mouvements réfractés, et on ne reproduirait nullement les équations générales du mouvement dans une file de sphères. Tel était le sens que je supposais que l'illustre académicien que je viens de citer attachait aux équations nouvelles qu'il a données au mois de novembre 1842. En un mot, lorsque je rédigeais la Note du 20 mai dernier, je pensais que les équations en question ne pouvaient être considérées comme les équations générales du mouvement de la lumière dans tel ou tel milieu, mais seulement comme des équations auxquelles doit satisfaire le mouvement de la lumière *réfractée* par ces milieux, ce qui est bien différent; mais il résulte très-clairement de divers passages des Mémoires de M. Cauchy, que ce savant géomètre considère ces équations comme les équations générales du mouvement de la lumière dans certains milieux, et que par conséquent il admet que, dans ces milieux supposés indéfinis dans tous les sens, un rayon polarisé rectilignement ne peut se propager isolément. D'un autre côté, on remarque que les déplacements qui sont indépendants dans les équations générales du mouvement quelles qu'elles soient, le sont nécessairement encore dans les équations aux limites que M. Cauchy avait considérées comme propres à donner les lois de la réflexion et de la réfraction. Dès lors les relations constantes qui peuvent subsister entre les mouvements réfractés ne doivent effectivement résulter, selon ce géomètre, que des équations générales du mouvement elles-mêmes. Ceci conduit naturellement à examiner le degré de généralité qu'on doit attribuer aux équations aux limites dont je viens de parler.

» J'observerai à cet égard que les formules générales relatives à la réflexion et à la réfraction des mouvements vibratoires qui se propagent dans différents milieux matériels, doivent satisfaire à certaines conditions qu'on peut assigner à priori. Effectivement, considérons deux milieux ou systèmes de molécules séparés par une surface plane. Lorsqu'un mouvement vibratoire, se propageant dans le premier d'entre eux, atteint la surface de séparation, il donne lieu en général à d'autres mouvements, les uns, réfléchis, se propageant dans le même milieu, les autres, réfractés, se propageant dans le second milieu. L'existence

de ces derniers est intimement liée à l'action réciproque des molécules des deux milieux ; car si cette action est supposée insensible, il est bien évident qu'il n'y aura pas de mouvement transmis ou réfracté, c'est-à-dire que son intensité sera nulle ; et dans tous les cas, en vertu de la loi de continuité, cette intensité sera d'autant moindre que cette action réciproque est supposée plus faible. On doit donc admettre ce principe :

« Le rapport de l'intensité du mouvement réfracté à celle du mouvement incident, déduit de formules générales, doit nécessairement être proportionnel à un ou plusieurs coefficients qui, dépendant spécialement de l'action réciproque des deux milieux, diminuent avec cette action et s'évanouissent complètement lorsqu'elle est supposée insensible. »

» En outre, la constitution moléculaire des corps varie très-rapidement dans le voisinage des surfaces de séparation, de manière à ne pouvoir être considérée comme constante qu'à une distance très-petite, mais sensible, de ces surfaces. La nature intime et l'épaisseur des couches dans lesquelles la constitution moléculaire est ainsi variable, ne peut être déterminée à priori, puisque nous ne connaissons pas les lois des attractions ou répulsions auxquelles leurs molécules sont soumises. D'un autre côté, ces couches sont le lieu même où se produisent les phénomènes de la réflexion et de la réfraction des mouvements vibratoires, et rien ne démontre à priori que leur épaisseur est insuffisante pour que leur nature exerce quelque influence dans ces phénomènes. On doit donc admettre cet autre principe :

« Les formules générales relatives à la réflexion et la réfraction des mouvements vibratoires, doivent contenir certains termes ou coefficients dont la valeur dépend de la nature intime des premières couches voisines de la surface de séparation. »

» Dans ce qui précède, j'entends par *formules générales* celles applicables à toutes les hypothèses sur la nature de la constitution moléculaire des premières couches et sur leur épaisseur, toutefois très-petite. On remarquera que pour s'affranchir de toute hypothèse gratuite à cet égard, on ne doit faire usage que de telles formules dans l'étude de la réflexion et de la réfraction des mouvements vibratoires, et que ce n'est qu'en comparant les résultats théoriques à ceux de l'expérience qu'on pourra décider si l'on doit attribuer à tel ou tel coefficient une valeur nulle ou une valeur sensible, etc. Or les équations aux limites données par M. Cauchy, ne contiennent d'autres coefficients que les vitesses de propagation des diverses espèces de mouvements à une distance sensible de part et d'autre de la surface de séparation ; ces équations ne peuvent donc être considérées comme ayant la généralité désirable,

selon moi, dans l'étude de la réflexion et de la réfraction de la lumière. C'est ainsi qu'elles tranchent à priori et sans examen une question qui a donné lieu aux controverses les plus vives, celle relative à l'influence des premières couches des milieux réfringents sur la nature de la polarisation des rayons réfractés. En ce qui a spécialement trait à l'objet principal de cette Lettre, j'ajouterai que, comme je l'ai dit plus haut, nous ne connaissons pas d'une manière précise la nature des modifications de la constitution moléculaire des corps dans le voisinage de leurs surfaces, et que rien ne démontre qu'au nombre de ces modifications il ne se trouve pas, au moins dans certains cas, des changements dans les formes des molécules. Par conséquent, si l'on admet, comme je le fais, que la forme des molécules doit être prise en considération dans l'étude des mouvements vibratoires, et que, d'un autre côté, les formules générales de la réflexion et de la réfraction doivent tenir compte de la constitution moléculaire particulière des premières couches traversées par le mouvement réfracté, on devra avoir égard à la *possibilité* du changement de forme dont je viens de parler. Il est facile de reconnaître qu'alors les déplacements qui sont indépendants dans les équations générales du mouvement, *peuvent* ne plus l'être dans les équations aux limites, lorsque celles-ci ont les caractères de généralité définis plus haut. L'exemple particulier de deux files de molécules cité au commencement de cette Lettre ne peut laisser le moindre doute à cet égard. En résumé :

» 1°. M. Cauchy admet que dans les milieux qui présentent les phénomènes de la polarisation mobile, un rayon polarisé rectilignement ne peut se propager isolément dans aucun cas. J'admets, au contraire, que dans ces mêmes milieux supposés indéfinis dans tous les sens, un rayon polarisé rectilignement peut se propager isolément, et que dès lors le phénomène de la rotation des plans de polarisation est intimement lié à la réfraction;

» 2°. Les relations entre les mouvements réfractés nécessaires à la production de la polarisation circulaire sont supposées par M. Cauchy être établies par les équations générales du mouvement elles-mêmes. Je les suppose établies, au contraire, par des équations aux limites plus générales que celles données par l'illustre géomètre que je viens de citer.

» Telles sont les circonstances qu'il ne faut pas perdre de vue dans l'appréciation des idées émises dans la Note du 20 mai, dans laquelle je croyais avoir suffisamment indiqué le point de vue sous lequel j'envisage la rotation des plans de polarisation par l'expression de *polarisation mobile*, que j'ai adoptée avec intention, tout en repoussant les théories qui lui ont donné naissance. »

BOTANIQUE. — *Recherches sur les caractères et les développements des vrais et des faux arilles*; par M. J.-E. PLANCHON. (Extrait adressé par M. Aug. de Saint-Hilaire.)

« Le mot arille est encore un des plus mal appliqués de la langue botanique. Sans entrer dans les détails historiques qui ne sauraient trouver ici leur place, je vais résumer d'abord, sur ce point, les idées généralement admises. L'arille, dit Gærtner, est une enveloppe accessoire qui, fixée à l'ombilic et libre de toute adhérence avec le test, recouvre la graine en tout ou en partie. Ajoutons, d'après L.-C. Richard, que cet organe dépend du cordon ombilical et se développe après la fécondation; enfin, pour en compléter la définition commune, admettons, avec M. Aug. de Saint-Hilaire, qu'il doit offrir une ouverture au point opposé à son insertion.

» Ces caractères que je viens d'énumérer ont suffi sans doute pour faire distinguer l'arille des parties du péricarpe et des téguments propres : aussi n'est-ce pas de cette distinction que je me suis occupé. Mais il est de faux arilles qui, très-variés dans leurs formes, prennent souvent toutes les apparences de l'arille véritable, et qui, liés par une origine et une nature communes, reçoivent dans mon travail la dénomination d'*arillodes* : c'est surtout entre ces derniers et les productions arillaires qu'il est important d'établir une limite.

» Grâce à MM. de Mirbel et Brongniart, on voit aujourd'hui de simples épaississements de l'exostome dans ces caroncules diverses qu'offrent les graines des ricins, des euphorbes et autres plantes voisines. Profitant de cette piquante observation, M. Aug. de Saint-Hilaire retrouva chez les *Polygala* une organisation pareille, et j'ai pu, par l'étude des ovules, confirmer les conclusions de ce savant. Chez divers genres de Buttnériacées et de Lasiopétalées, les *Commersonia*, *Seringia*, *Lasiopetalum*, etc., il existe sur les graines des excroissances de forme bizarre, qu'on est forcé de rapporter également aux productions du micropyle. Borné, dans tous les cas précédents, à produire de simples caroncules, l'épaississement des bords de l'exostome forme, sur les semences des *Badiera*, une calotte charnue et oléagineuse qui couvre à demi leur surface, et qui nous conduit par degrés des simples dilata-tions des bords du micropyle à des expansions bien plus prononcées encore.

» L'ovule de l'*Evonymus latifolius* ne présente, avant l'anthère, aucune trace d'enveloppe accessoire. Bientôt le bord de son exostome s'épaissit, et

paraît autour de son ouverture comme un bourrelet qui rappelle, en petit, la caroncule des Euphorbes. Cependant le bourrelet s'accroît, se dilate en bord membraneux, et, se réfléchissant de l'ouverture du micropyle vers la chalaze, devient une calotte hémisphérique qui couvre une partie de l'ovule, tout en laissant, à son origine, le micropyle à découvert. Enfin, la calotte elle-même, étendue peu à peu en surface, finit par former sur la graine le sac succulent que l'on a décrit comme un arille. Pour faire ces observations, j'ai dû suivre pas à pas les développements de l'ovule : en effet, si l'on n'examinait que les semences, on croirait presque nécessairement à l'existence d'un arille, parce que l'expansion arilliforme de l'exostome, congénialement soudée avec le hile et la base du raphé, semble être une production du funicule. Une organisation pareille à celle de l'*Evonymus latifolius* se rencontre chez d'autres espèces de ce genre, sur les graines des *Celastrus scandens* et *buxifolia*, et probablement de toutes les Célastrinées auxquelles on attribue un arille.

» Le *Clusia flava* présente, avec une modification curieuse, à peu près les mêmes faits que le Fusain. Les bords de son exostome s'étendent en deux expansions inégales et superposées qui se réfléchissent l'une sur l'autre vers la chalaze de l'ovule. Dans ce cas, il y a en quelque sorte un dédoublement de la membrane priminiene au delà du micropyle.

» Les productions que j'ai rapidement indiquées sont toutes des arillodes, et je résume ici leurs caractères en les opposant à ceux des arilles véritables :

» *Quelles que soient leurs dimensions ou leurs formes, caroncules, calottes hémisphériques, sacs à peine ouverts à leur bout, les arillodes ou productions de l'exostome laissent toujours à découvert l'ouverture de ce dernier.*

» *L'arille véritable, au contraire, tégument accessoire de l'ovule, se développe autour du hile à la manière des téguments propres, et recouvre l'exostome ou doit le recouvrir si on le suppose étendu sur la surface entière de l'ovule.*

» On peut ainsi distinguer, même sur la graine, la nature d'une enveloppe accessoire par la place du micropyle. Si cette ouverture est cachée par l'enveloppe ou qu'elle doive l'être par cette dernière prolongée, on a un véritable arille. Si le micropyle, au contraire, n'est pas recouvert par l'enveloppe, ou ne peut l'être même par cette dernière prolongée, nous aurons un arillode analogue à celui du Fusain.

» C'est en appliquant ces principes que j'ai pu voir un arillode dans cette enveloppe laciniée de la noix muscade, que l'on cite partout comme le proto-

type de l'arille. Ici, comme dans le Fusain, une soudure congéniale de l'arillode et du funicule devait naturellement faire illusion sur la nature de la première de ces parties.

» J'ai confirmé la présence d'un arille sur les semences des Passiflores, des Dilléniacées, des *Samyda*, des *Turnera*, du *Bixa orellana*, des *Nymphæa*, du *Chamissoa nodiflora*, Mart., etc. Je me contente de signaler ces plantes sans insister sur des faits de détail qui pourraient présenter quelque intérêt, et je m'arrêterai plus volontiers sur les ovules du *Cytinus hypocistis*.

» Ceux-ci terminent les branches innombrables de huit placentas pariétaux ramifiés dans toute leur longueur. Ovoïdes et orthotropes, ils présentent un nucelle, un tégument mince, cellulaire; et tout à fait à leur base, une cupule irrégulière, fort courte, uniquement formée de cellules grandes et lâches. Contre l'ordinaire des arilles, cette cupule préexiste à la fécondation. Doit-on la considérer comme un arille, et l'ovule n'a-t-il qu'un tégument unique? La cupule serait-elle plutôt une primine rudimentaire, et le tégument membraneux une secondine parfaite? Si l'on consulte les apparences et l'analogie, on adoptera la première idée; mais le choix est tout à fait arbitraire, et l'on peut regarder la cupule du *Cytinus* comme établissant un passage entre les téguments propres et les enveloppes accessoires de l'ovule.

» On connaît généralement ce noyau réniforme qui semble constituer presque en entier les graines des *Opuntia*, et l'on n'y a jamais soupçonné autre chose qu'un test. Je puis dire pourtant que ce noyau est une enveloppe accessoire de la graine, une espèce de faux test, qui tient plutôt de la nature de l'arille que des téguments propres.

» Chez l'*Opuntia vulgaris*, Mill., sur les côtés d'un gros funicule courbé en demi-cercle, on voit naître deux expansions membraneuses qui représentent, par leur réunion, une sorte de bateau; l'ovule plonge de plus en plus dans ce dernier, et disparaît enfin dans sa cavité pour y achever ses évolutions. Le bateau semble, par degré, contracter son ouverture, à cause de l'accroissement que prennent ses parois distendues par l'ovule qui grossit. Enfin, autour de la graine, les deux expansions épaissies forment un noyau complet; et, si l'on peut dire qu'elles proviennent, comme l'arille, du cordon ombilical, on peut aussi trouver des différences entre elles et les productions arillaires. Celles-ci sont, en quelque sorte, des appendices du funicule, analogues aux feuilles ovulaires; les deux expansions du funicule, chez l'*Opuntia*, rappellent plutôt les productions latérales qui ont fait donner à certains axes le nom de *bordés* ou d'*ailés*. Elles ne sont pas plus des feuilles ovulaires,

que les rameaux aplatis des *Ruscus* et des *Xylophylla* ne sont des feuilles véritables. L'organisation que je viens de décrire m'a paru jusqu'à présent caractériser le genre *Opuntia*. Les graines des *Mamillaria*, *Rhipsalis*, *Epiphyllum* et autres Cactées n'offrent rien d'anomal dans leur structure. Si, peu de temps après la floraison, on examine un des ovules du *Veronica hederæfolia*, on peut être surpris de voir un corps lisse et convexe sortir à travers les lèvres entr'ouvertes d'un autre corps qui l'embrasse à sa base, et dont la surface paraît mousseuse : rien de plus naturel alors que de prendre le corps lisse pour un ovule et le corps mousseux pour un arille. Mais il n'en est pas ainsi : par une longue série d'observations je démontre, dans le travail dont je donne ici le simple extrait, que le corps lisse est un sac embryonnaire d'une forme insolite, et le corps mousseux un nucelle sans tégument, qui, prenant de l'accroissement, a été déchiré latéralement par le nucelle. Je compare cette organisation singulière avec celle des ovules de quelques véroniques, et elle me sert à expliquer la description que l'on a donnée autrefois des ovules du genre *Avicennia*. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau mode de propulsion résultant de la détonation des gaz*; Lettre de M. SELLIGUE à M. Arago.

« J'ai eu l'honneur de vous faire voir et de faire fonctionner devant vous, il y a quinze jours, deux appareils de démonstration de la force motrice que j'obtiens de la détonation des gaz. L'un de ces appareils servait à faire apprécier la régularité des détonations par les dispositions que j'ai prises mécaniquement pour que chaque fonction se fasse en temps utile, au moyen d'un mouvement rotatif; l'autre devait faire juger la puissance obtenue sur une échelle permettant d'employer 5 litres de gaz et 40 litres d'air atmosphérique pour chaque détonation. Dans cette première expérience, je n'avais pas mis d'obstacle à la sortie de l'eau. C'étaient son volume et la hauteur de la colonne qui donnaient une idée de la force expansive. J'ai obtenu ainsi des ascensions de 14 mètres de la colonne ayant un diamètre de 32 centimètres.

» Comme l'eau ascensionnelle partait de l'orifice du trou jusqu'à 14 mètres de hauteur selon l'inclinaison du tube, le moyen de mesurer cette force devenait très-difficile, ce que vous avez eu la bonté de me faire remarquer. En conséquence, j'ai fait couper le tube ascensionnel et ajuster à sa place un tube cylindrique armé d'un piston libre que je charge à volonté. Il y a un échappement d'eau sur le côté du tube, après 15 centimètres de course du piston, pour éviter le danger. J'ai donc fait plusieurs expériences dont voici le résultat :

» Le piston libre a une surface de 706 centimètres environ ; je l'ai chargé d'un poids égal à 600 kilogrammes , et j'ai enlevé ces poids avec une si grande vitesse, que plusieurs sont sortis de dessus la tige qui les supporte , et il s'est écoulé par l'échappement ménagé au tube une quantité d'eau égale à 130 litres environ. J'ai répété ensuite l'expérience avec une charge de 960 kilogrammes environ ; je les ai enlevés plus haut ; une plus grande quantité de poids est sortie de dessus la tige , et le piston est lui-même sorti du cylindre , et est resté dans ses guides ; mais il n'est sorti que 80 litres d'eau.

» Il résulte de ces expériences que j'ai enlevé avec 5 litres de gaz , en une fraction de seconde , un poids égal à $1^{\text{er}},358$ par centimètre de surface du piston , et qu'il s'est échappé du tube à cette pression environ 80 litres d'eau ; de plus, le piston a été porté à 20 centimètres de hauteur, malgré le passage du tiers de la circonférence qui est sur le côté du tube. C'est donc une force égale, au minimum, à une colonne d'eau du poids de $868^{\text{kil}},748$ enlevée en un quart de seconde, en prenant le temps le plus long, car on ne peut apprécier cette vitesse en voyant l'effet de l'explosion. C'est donc une valeur égale à $3474^{\text{kil}},992$ pour 5 litres de gaz ; pour 35 que j'avais pris pour base de mes comptes, c'est $24^{\text{kil}},324$ de force. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi de certains réactifs dans la gravure des planches photographiques ;* Lettre de MM. CHOISELAT et RATEL à M. Arago.

« Dans la séance du 8 juillet 1844, vous avez donné communication d'un procédé de gravure des images photographiques signalé par M. Fizeau.

» Nous nous sommes occupés nous-mêmes de cette question depuis le mois de février 1840, et, dès le mois de décembre 1842, nous avons fait, dans cette voie, des progrès assez importants pour que la Société d'encouragement, statuant sur le concours fermé à cette époque, ait bien voulu nous juger dignes d'une récompense de 1000 francs.

» Ayant connu, par suite du brevet pris par M. Fizeau en septembre 1843, que son procédé, basé sur l'action des acides, n'était nullement le nôtre, nous avons cru devoir travailler en silence à conduire celui-ci à toute la perfection dont il est susceptible. Mais dans sa dernière communication, M. Fizeau nomme incidemment une nouvelle substance dont l'emploi ne paraît pas lui être familier, et qui se trouve comprise parmi celles dont l'usage nous est acquis depuis longtemps ; nous voulons parler du *bichlorure de cuivre*. M. Fizeau semble n'en faire que peu de cas, ce qui ne nous surprend nullement, cette substance n'étant apte à donner son effet que suivant cer-

taines lois et dans certaines circonstances que nous ferons connaître plus tard. Aujourd'hui, nous tenons seulement à constater que l'emploi de cette substance, et la découverte de son action dans la gravure des planches daguerriennes, nous appartiennent de droit, en ayant consigné les effets dans un Mémoire adressé à la Société d'encouragement en décembre 1842. M. le baron Séguier et M. Gaultier de Claubry, nommés Commissaires, ayant assisté à nos opérations, ont été particulièrement témoins de son heureuse influence, et ces messieurs ont pu voir, en outre, que connaissant la cause de l'irrégularité d'attaque dont se plaignent ceux qui ont travaillé à ce genre de recherches, nous avons su nous en préserver, et graver dès lors, avec une grande perfection, une plaque daguerrienne quelle que soit sa grandeur.

» Dans la seconde partie de sa Note, M. Fizeau indique des moyens fort ingénieux destinés, soit à augmenter la profondeur des noirs, soit à leur donner un certain piqué propre à retenir l'encre. Des moyens analogues ont été abandonnés par nous dès nos premiers tâtonnements; ces moyens nous ayant paru purement mécaniques et nullement chimiques comme ils devaient l'être, pour que la main de l'homme n'ait, en réalité, rien mis du sien dans une opération destinée à reproduire, dans la même harmonie, toute la perfection et l'exactitude de l'image photographique. »

M. ARAGO met sous les yeux de l'Académie plusieurs *portraits photographiques* exécutés par M. SABATIER-BLOT, tous remarquables par leur netteté, et dont quelques-uns le sont en outre par la grande dimension des figures.

M. PASSOT adresse une nouvelle Lettre relative à sa *turbine*, et transmet des documents judiciaires destinés à la Commission du prix de Mécanique, Commission à laquelle il paraît désirer que son appareil soit de nouveau soumis.

MM. C. LAURENT et L. THOMAS adressent, à l'occasion du Rapport fait dans la séance du 1^{er} juillet, sur divers Mémoires de M. *Ebelmen* concernant la *métallurgie du fer et l'emploi des combustibles gazeux*, une réclamation qui est renvoyée à l'examen de la Commission par laquelle a été jugé le travail de M. *Ebelmen*.

M. RACIBORSKY adresse un *paquet cacheté*.

L'Académie en accepte le dépôt.

A 4 heures trois quarts l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures.

A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences ; 2^e semestre 1844 ; n^o 5 ; in-4^o.

Annales maritimes et coloniales ; juillet 1844 ; in-8^o.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine ; juillet 1844 ; in-8^o.

Les Steppes de la mer Caspienne, le Caucase, la Crimée et la Russie méridionale ; voyage pittoresque, historique et scientifique ; par M. X. HOMMAIRE DE HELL ; 6^e-9^e livr. in-8^o, avec planches in-fol.

Remarques sur les Oiseaux fossiles : Thèse de Géologie, soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris le 5 août 1844, par M. P. GERVAIS ; in-8^o.

Une visite à la Voirie de Montfaucon, considérée sous le point de vue de la salubrité publique ; par M. J. GARNIER ; in-12.

Société royale et centrale d'Agriculture. — Bulletin des Séances ; tome IV, n^o 8.

Mémoires de la Société royale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille ; année 1842 ; in-8^o.

Notre-Dame d'Ajaccio, Archéologie, Histoire et Légendes ; par M. ALEX. ARMAN. Paris, 1844 ; in-8^o.

Notice sur un Instrument de Tachygraphie, appelé Tachygraphe ; par M. A. DUJARDIN. (Extrait des *Mémoires de la Société royale des Sciences de Lille*.) In-8^o.

Annales de Thérapeutique médicale et chirurgicale, et de Toxicologie ; août 1844 ; in-8^o.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie et de Toxicologie ; août 1844 ; in-8^o.

Journal de Médecine ; août 1844 ; in-8^o.

Encyclographie médicale ; juillet 1844 ; in-8^o.

Le Technologiste, ou Archives des Progrès ; août 1844 ; in-8^o.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales ; août 1844 ; in-8^o.

Rendiconto... Comptes rendus des Séances et des Travaux de l'Académie royale des Sciences de Naples ; juin 1844 ; in-4^o.

Della Medecina... De la Médecine et du Médecin, Discours prononcé par

M. POGGI à la 1^{re} séance de la Faculté de Médecine de Pavie, le 7 janvier 1844.
Milan, 1844; in-8°.

Secondo... Second et dernier Compte rendu de l'Établissement agraire de Melegnano, depuis l'année 1840 jusqu'à la fin de juin 1843. Florence, 1844; in-8°.

Gazette médicale de Paris; n° 31; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 89 et 90; in-fol.

L'Écho du Monde savant; nos 9 et 10.

L'Expérience; n° 370; in-8°.
